

ANÁLISE NÃO-LINEAR DO COMPORTAMENTO EM SERVIÇO DE ELEMENTOS ESPESSOS DE BETÃO ARMADO COM DEFORMAÇÃO RESTRINGIDA

CLÁUDIO FILIPE BARREIRA FERREIRA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Carvalho Marques de Faria

Coorientador: Professor Doutor Carlos Filipe Ferreira de Sousa

JULHO DE 2018

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2017/2018

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2017/2018 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2018.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

A meus Pais

*“Our greatest weakness lies in giving up.
The most certain way to succeed is always to try just one more time.”*

Thomas A. Edison

AGRADECIMENTOS

Queria agradecer a todos os que me acompanharam e estiveram presentes nestes últimos meses.

Ao meu orientador Professor Doutor Rui Faria, por acreditar nas minhas capacidades, pela ajuda inicial no enquadramento do tema, conhecimentos e ideias transmitidas ao longo do semestre que permitiram a realização desta dissertação.

Ao meu coorientador Professor Doutor Carlos Sousa pelo esclarecimento corrente de dúvidas, ajuda a resolver problemas numéricos e de modelação, paciência, disponibilização de material, conhecimentos transmitidos e sugestões sábias.

Ao Professor Doutor Miguel Azenha pela simpatia, disponibilidade para esclarecimento de dúvidas e por facultar o software que permitiu realizar esta dissertação.

A todos que contribuíram ao longo dos anos com conhecimento transmitido.

A todos os meus amigos e colegas de faculdade, em especial ao Vasco Cortez pela companhia e conhecimentos partilhados e ao Ruben Freitas pelos esclarecimentos e ajuda relativo a dúvidas técnicas sobre questões informáticas.

A toda a minha família, em especial aos meus pais por tudo ao longo da vida, ao meu irmão e aos meus avós pelo apoio.

A todas as pessoas que influenciaram e contribuíram para cada bocadinho daquilo que sou hoje.

Sem vocês este trabalho não era possível. Um muito obrigado por tudo!

RESUMO

O estudo dos estados limites de serviço tem ganho grande importância ao longo do tempo. As novas exigências de durabilidade das estruturas, os custos de manutenção, as questões estéticas, o conforto e a qualidade são temas cada vez mais relevantes no mundo da construção civil. Por estes motivos, torna-se imprescindível o controlo da abertura de fendas. Os códigos de projeto atuais, como o Eurocódigo 2 (EC2), permitem dimensionar a armadura impondo uma tensão máxima nesta, para um respetivo limite de fendas, diâmetro ou espaçamento. Quando a limitação da abertura de fendas não é um requisito, o EC2 impõe uma equação para o dimensionamento da armadura mínima, com base na condição de não plastificação desta. Esta formulação estabelece um coeficiente redutor em função da espessura, de maneira a ter em conta a distribuição não-uniforme de tensões auto-equilibradas ao longo desta. A simplificação em torno desta formulação leva a que, em muitos casos, ocorre um sobredimensionamento da armadura, que por vezes chega a ser maior do que a quantidade de armadura com funções estruturais.

Numa fase em que os Eurocódigos se encontram em reformulação, esta dissertação tem como objetivo analisar a armadura mínima proposta pelo EC2 para tirantes de várias espessuras, com deformação restringida nas extremidades e sujeitos unicamente à tração, tendo em especial foco a fissuração em tirantes espessos e a simplificação do efeito da distribuição diferencial das tensões ao longo da espessura no processo de fissuração.

Neste contexto, recorre-se a uma modelação termo-higro-mecânica (THM) de três tirantes com 250 mm, 500 mm e 1000 mm de espessura, restringidos desde as primeiras idades do betão, para duas quantidades de armadura diferentes, a primeira, a armadura mínima ($A_{s,min}$) segundo a condição de não plastificação da armadura estabelecida no EC2, e a segunda, 30% superior a esta. É considerado uma modelação em estado plano de tensão, com desenvolvimento transversal e longitudinal contínuo da secção, sendo os resultados obtidos aplicáveis a lajes e paredes com as mesmas propriedades que os tirantes analisados.

As únicas ações consideradas são o calor de hidratação do cimento e a retração por secagem, baseada em modelos matemáticos e resultados experimentais, para o mesmo betão que o adotado na presente dissertação, obtidos e validados por outros autores.

As análises mecânicas são efetuadas recorrendo a um software de modelação de elementos finitos (EF), considerando modelos de *Tension Softening*, modelos de extensão total com fendas rotativas, modelos de aderência entre aço-betão, modelo de cadeias de Kelvin para a fluência e retração diferencial ao longo da espessura do elemento.

Os resultados obtidos englobam a variação da temperatura devido ao calor de hidratação do cimento, a variação dos campos de humidade ao longo da espessura, os padrões de fissuração, as aberturas de fendas, a evolução das reações de apoio, a evolução das tensões na armadura, as tensões de aderência e deslizamento da ligação aço-betão para cada tirante analisado.

Por fim os resultados são comparados com as disposições regulamentares em vigor (EC2 e o Model code 2010 (MC2010)) e com a proposta apresentada no Anexo Nacional da Alemanha (GNAnnex) para o dimensionamento da armadura mínima em estruturas espessas.

PALAVRAS-CHAVE: fendilhação, análise termo-higro-mecânica, elementos espessos, armadura mínima, códigos de projeto.

ABSTRACT

The study of the serviceability limit states has become an important theme along the years. The durability, the maintenance costs, aesthetic and comfort issues are becoming more and more relevant in the actual scenery of the civil construction. For these reasons, it's essential to control the crack width. The actual design codes, like Eurocode 2 (EC2), provide equations to limit the crack width by imposing a maximum tension in the reinforcement, a diameter or the bar spacing. For cases where the crack width doesn't need to be controlled, the EC2 proposes a minimum reinforcement equation to avoid a brittle rupture and the plasticity of the reinforcement. This formulation establishes a reduction coefficient in function of the thickness, for the effect of non-uniform self-equilibrating stresses. This assumption leads to an overestimated reinforcement area, especially in thick elements, where this reinforcement area can be bigger than the structural reinforcement.

In a phase where Eurocode 2 is being reviewed, the present dissertation has the purpose to analyse the minimum reinforcement formulation, in ties fully restrained at their ends since the early ages with different thickness and subject to pure tension, with a special focus in thick elements and the effects of the nonlinearity distribution of strains and stresses throughout the member thickness.

On this context, a thermo-higro-mechanical (THM) approach is used, for three ties with 250 mm, 500 mm and 1000 mm of thickness, restrained since the early ages of the concrete, for two different reinforcement areas, the first, the minimum reinforcement ($A_{s,min}$) to avoid the plasticity of the reinforcement proposed in EC2, and the second, 30 % bigger than this. It is considerate a model based on a plane stress state, with a longitudinal and transversal continuous development, making the obtained results valid in the study of slabs and walls in the same conditions as the ties presented in this dissertation.

The only actions considered are the variation of temperature triggered by the cement hydration and the drying shrinkage, based on mathematical models and experimental results, for the same concrete used in the current dissertation, obtained and validated by different authors.

The mechanical analysis is developed using a finite element analysis software, considering a tension softening approach, total strain crack models with rotating cracks, a bond-slip model to simulate the bond between concrete and steel, Kelvin chain creep model and a differential shrinkage throughout the thickness of the element.

The results presented are the variation of temperature provoked by the cement hydration and the humidity variation throughout the thickness, the cracking patterns and widths, the evolution of the support reactions, the evolution of the tension in the reinforcement, the bond-slip tensions and the slip between steel and concrete for all the ties analysed.

Finally, the results are compared with the design codes calculations (EC2 and Model Code 2010 (MC2010)) and the German National Annex (GNAnnex) proposal for calculation of the minimum reinforcement in thick elements.

KEYWORDS: cracking, termo-higro-mechanical analysis, thick elements, minimum reinforcement, design codes.

ÍNDICE GERAL

| | |
|--|------------|
| Agradecimentos | i |
| Resumo..... | iii |
| Abstract | v |
| | |
| 1 INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1. ENQUADRAMENTO DO TEMA E OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO | 1 |
| 1.2. ORGANIZAÇÃO EM CAPÍTULOS..... | 2 |
| 2 MODELAÇÃO ATRAVÉS DO MEF, DO COMPORTAMENTO EM SERVIÇO DO BETÃO ARMADO | 5 |
| 2.1. INTRODUÇÃO | 5 |
| 2.2. EVOLUÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO BETÃO E DO COEFICIENTE DE POISSON AO LONGO DO TEMPO | 5 |
| 2.3. FLUÊNCIA DO BETÃO..... | 8 |
| 2.4. RETRAÇÃO DO BETÃO..... | 11 |
| 2.4.1. CONSIDERAÇÃO DE UM VALOR MÉDIO PARA TODA A SECÇÃO TRANSVERSAL..... | 12 |
| 2.4.2. CONSIDERAÇÃO DE UM VALOR LOCAL BASEADO NUMA ANÁLISE HIGROMÉTRICA | 12 |
| 2.5. EVOLUÇÃO DA TEMPERATURA DEVIDA À HIDRATAÇÃO DO CIMENTO | 14 |
| 2.6. FISSURAÇÃO NO BETÃO ARMADO | 16 |
| 2.6.2. MODELOS COM MALHAS REFINADAS E SIMULAÇÃO EXPLÍCITA DA ADERÊNCIA AÇO-BETÃO..... | 18 |
| 2.6.2.1. “Tension Softening” | 19 |
| 2.6.2.2. Aderência aço-betão..... | 20 |
| 2.6.3. QUANTIFICAÇÃO DA ABERTURA DE FENDAS | 21 |
| 3 CARACTERIZAÇÃO DAS ESTRUTURAS ANALISADAS E DOS MODELOS DE EF UTILIZADOS | 23 |
| 3.1. INTRODUÇÃO | 23 |
| 3.2. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS, AÇÕES E FASEAMENTO CONSTRUTIVO..... | 24 |
| 3.3. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E CONDIÇÕES AMBIENTAIS..... | 26 |
| 3.3.1. ANÁLISES TÉRMICAS | 26 |
| 3.3.2. ANÁLISES HIGROMÉTRICAS | 28 |
| 3.3.3. ANÁLISES MECÂNICAS | 30 |
| 3.4. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA AS ANÁLISES TERMO-HIGROMÉTRICAS..... | 31 |

| | |
|--|-----------|
| 3.5. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA AS ANÁLISES MECÂNICAS | 32 |
| 4 RESULTADOS DAS ANÁLISES TERMO-HIGROMÉTRICAS | 37 |
| 4.1. INTRODUÇÃO | 37 |
| 4.2. ANÁLISE TÉRMICA..... | 37 |
| 4.3. ANÁLISE DOS CAMPOS DE HUMIDADE | 40 |
| 4.3.2. RETRAÇÃO LOCAL | 45 |
| 5 RESULTADOS DAS ANÁLISES MECÂNICAS DE TIRANTES RESTRINGIDOS | 47 |
| 5.1. INTRODUÇÃO | 47 |
| 5.2. EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NUM CENÁRIO EM QUE NÃO EXISTE FISSURAÇÃO..... | 48 |
| 5.3. ANÁLISE DOS TIRANTES COM 250 MM DE ESPESSURA, CONSIDERANDO OS EFEITOS DA FISSURAÇÃO | 49 |
| 5.3.1. FISSURAÇÃO..... | 50 |
| 5.3.2. REAÇÃO NOS APOIOS | 52 |
| 5.3.3. TENSÃO NAS ARMADURAS | 54 |
| 5.3.4. TENSÃO DE ADERÊNCIA E DESLIZAMENTO AÇO-BETÃO | 56 |
| 5.4. ANÁLISE DOS TIRANTES COM 500MM DE ESPESSURA, CONSIDERANDO OS EFEITOS DA FISSURAÇÃO | 59 |
| 5.4.1. FISSURAÇÃO..... | 59 |
| 5.4.2. REAÇÃO NOS APOIOS | 61 |
| 5.4.3. TENSÃO NAS ARMADURAS | 63 |
| 5.4.4. TENSÃO DE ADERÊNCIA E DESLIZAMENTO AÇO-BETÃO | 64 |
| 5.5. ANÁLISE DOS TIRANTES COM 1000MM DE ESPESSURA, CONSIDERANDO OS EFEITOS DA FISSURAÇÃO | 66 |
| 5.5.1. FISSURAÇÃO..... | 67 |
| 5.5.2. REAÇÃO NOS APOIOS | 69 |
| 5.5.3. TENSÃO NAS ARMADURAS | 70 |
| 5.5.4. TENSÃO DE ADERÊNCIA E DESLIZAMENTO AÇO-BETÃO | 71 |
| 5.6. SÍNTESE E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DOS TRÊS TIRANTES..... | 73 |
| 6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DAS ANÁLISES THM COM AS DISPOSIÇÕES NORMATIVAS | 77 |
| 6.1. INTRODUÇÃO | 77 |
| 6.2. ARMADURA MÍNIMA PARA EVITAR CEDÊNCIA DO AÇO | 77 |

| | |
|---|------------|
| 6.3. ARMADURA NECESSÁRIA PARA LIMITAR A ABERTURA DE FENDAS..... | 78 |
| 6.4. FORÇAS DE FISSURAÇÃO | 80 |
| 6.5. TENSÕES MÉDIAS AO LONGO DO COMPRIMENTO DE TRANSFERÊNCIA..... | 81 |
| 7 CONCLUSÕES | 83 |
| 7.1. CONCLUSÕES GERAIS..... | 83 |
| 7.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS | 85 |
| Referências Bibliográficas | 87 |
| Anexos | 89 |
| Anexo A1 – Cálculo do coeficiente de Fluência pelo MC2010..... | 91 |
| Anexo A2 – Cálculo da retração segundo o MC2010 | 93 |
| Anexo A3 – Formulação de Hanse | 95 |
| Anexo A4 – Cálculo da abertura de fendas segundo o EC2 e o MC2010..... | 97 |
| Anexo A5 – Método do Módulo Efetivo Ajustado..... | 101 |
| Anexo B1 – Fissuração representada por vetores | 103 |
| Anexo B2 – Evolução das tensões no betão para as análises THM..... | 107 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Fig. 1.1 – Secção de uma parede espessa com restrição centralizada (Leonhardt, 1976)..... | 2 |
| Fig. 2.1 - Formação de vários produtos da hidratação do betão em função do tempo, em conjunto com a evolução do calor de hidratação e do módulo de elasticidade (Azenha, 2009) adaptado de (Lura, 2000). | 7 |
| Fig. 2.2 - Comparação entre os valores adotados em (Granja, 2016) e a metodologia usada nesta dissertação. | 8 |
| Fig. 2.3 - Fluência recuperável e irrecuperável (Gilbert e Ranzi, 2010). | 9 |
| Fig. 2.4 - Resposta da extensão a uma solicitação variável de tensão ((Sousa, 2004) adaptado de (Favre, 1997))..... | 10 |
| Fig. 2.5 - Elemento de Kelvin e deformação sobre tensões constantes..... | 10 |
| Fig. 2.6 - Modelo da cadeia de Kelvin (DIANA, 2016). | 11 |
| Fig. 2.7 - Retração básica e retração total. | 12 |
| Fig. 2.8 - Comportamento de um elemento de betão sujeito à retração de secagem (Felisberto, 2015). | 13 |
| Fig. 2.9 - Mecanismos de transferência de calor em sólidos (Azenha, 2004). | 15 |
| Fig. 2.10 - Relação força-deformação num ensaio de um tirante com imposição de deformação (Sousa, 2004). | 17 |
| Fig. 2.11 - Aço, betão e tensões de aderência na área de fendilhação na fase de formação de fendas (Sousa, 2004). | 19 |
| Fig. 2.12 - Tension Softening Linear (a) e Tension softening bilinear proposto pelo MC2010 (DIANA, 2016). | 20 |
| Fig. 2.13 - Modelo de aderência aço-betão, com base na função cúbica de Dörr (DIANA, 2016)..... | 20 |
| Fig. 3.1 - Representação esquemática da geometria dos tirantes. | 24 |
| Fig. 3.2 - Variação do coeficiente k com a espessura da alma. | 25 |
| Fig. 3.3 - Faseamento construtivo, aplicação de ações e escalas de tempo, o módulo de elasticidade e as análises dos tirantes. | 26 |
| Fig. 3.4 - Função $f(at)$ usada na presente dissertação (Azenha et al., 2017). | 27 |
| Fig. 3.5 – Resultados experimentais para as amostras com espessura de 10 cm, 15 cm e 20 cm respetivamente (Azenha et al., 2017). | 28 |
| Fig. 3.6 - Extensão de retração em função da humidade relativa, com representação de resultados obtidos por outros autores (Gardner, 2000), adaptado de (Azenha et al., 2017). | 29 |
| Fig. 3.7 - Equação de Kwak adotada na presente dissertação. | 30 |
| Fig. 3.8 - Módulo de elasticidade. | 31 |
| Fig. 3.9 - Esquema do provete das análises termo-higrométricas..... | 32 |
| Fig. 3.10 - Diferente tipo de elementos finitos usados: (a) Q8MEM, (b) L2TRU e (c) L8IF (DIANA, 2016). | 33 |
| Fig. 3.11 - Modelo de elemento finitos para as análises mecânicas | 33 |
| Fig. 3.12 – Representação dos elementos mais frágeis considerados na modelação dos tirantes..... | 34 |
| Fig. 4.1 - Resultados da análise térmica para o provete de 250 mm de espessura..... | 37 |
| Fig. 4.2 - Resultados da evolução da temperatura para o provete de 250 mm em diferentes nós: (a) ao longo de um dia e em (b) ao longo de 10 dias..... | 38 |
| Fig. 4.3 - Resultados da análise térmica para o provete de 500 mm de espessura..... | 38 |
| Fig. 4.4 - Resultados da evolução da temperatura para o provete de 500 mm em diferentes nós: (a) ao longo de um dia e em (b) ao longo de 12 dias..... | 39 |
| Fig. 4.5 - Resultados da análise térmica para o provete de 1000 mm de espessura..... | 39 |

| | |
|---|----|
| Fig. 4.6 - Resultados da evolução da temperatura para o provete de 1000 mm em diferentes nós: (a) ao longo de dois dias e em (b) ao longo de 18 dias..... | 39 |
| Fig. 4.7 - Resultados da análise higrométrica para o provete de 250 mm de espessura..... | 40 |
| Fig. 4.8 - Variação dos campos de humidade ao longo da espessura do T250, para diferentes tempos de análise. | 41 |
| Fig. 4.9 - Comparação entre os valores experimentais e numéricos obtidos em (Azenha et al., 2017) para a amostra de 200 mm de espessura, com os valores obtidos para o provete de 250 mm de espessura da corrente dissertação. | 41 |
| Fig. 4.10 - Resultados da análise higrométrica para o provete de 500 mm de espessura..... | 42 |
| Fig. 4.11 - Variação dos campos de humidade ao longo da espessura do T500, para diferentes tempos de análise. | 42 |
| Fig. 4.12 - Resultados da variação dos campos de humidade para o provete de 500 mm em diferentes nós ao longo do tempo total de análise..... | 43 |
| Fig. 4.13 - Resultados da análise higrométrica para o provete de 1000 mm de espessura..... | 43 |
| Fig. 4.14 - Variação dos campos de humidade ao longo da espessura do T1000, para diferentes tempos de análise. | 44 |
| Fig. 4.15 - Resultados da variação dos campos de humidade para o provete de 1000 mm em diferentes nós ao longo do tempo total de análise..... | 44 |
| Fig. 4.16 - Evolução do valor médio de retração ao longo do tempo para o T250 mm e comparação com os valores calculados pelo MC2010..... | 45 |
| Fig. 4.17 - Evolução do valor médio de retração ao longo do tempo para o T500 mm e comparação com os valores calculados pelo MC2010..... | 46 |
| Fig. 4.18 - Evolução do valor médio de retração ao longo do tempo para o T1000 mm e comparação com os valores calculados pelo MC2010. | 46 |
| Fig. 5.1 - Evolução das tensões ao longo da espessura do T250 para diferentes instantes de tempo: (a) até 7 dias de análise; (b) até 10 anos de análise..... | 48 |
| Fig. 5.2 - Evolução das tensões ao longo da espessura do T500 para diferentes instantes de tempo: (a) até 7 dias de análise; (b) até 50 anos de análise..... | 48 |
| Fig. 5.3 - Evolução das tensões ao longo da espessura do T1000 para diferentes instantes de tempo: (a) até 7 dias de análise; (b) até 50 anos de análise. | 49 |
| Fig. 5.4 - Deformação no T2501 para vários instantes de tempo. | 50 |
| Fig. 5.5 - Deformação no T2502 para vários instantes de tempo. | 51 |
| Fig. 5.6 – Abertura de fenda, para o T2501 e para o T2502, para a primeira fenda total que se forma. | 51 |
| Fig. 5.7 – Evolução das reações nos apoios ao longo do tempo para os tirantes T2501 e T2502. | 53 |
| Fig. 5.8 – Variação da tensão na armadura na fenda mais condicionante da análise do T250. | 54 |
| Fig. 5.9 – Evolução das tensões na armadura ao longo do comprimento do tirante T250..... | 55 |
| Fig. 5.10 - Evolução das tensões de aderência ao longo do comprimento do tirante T2502. | 57 |
| Fig. 5.11 - Evolução do deslizamento ao longo do comprimento do tirante T250. | 58 |
| Fig. 5.12 - Deformação no T5001 para vários instantes de tempo. | 59 |
| Fig. 5.13 - Deformação no T5002..... | 60 |
| Fig. 5.14 – Abertura de fenda, para o T5001 e para o T5002, para a primeira fenda total que se forma. | 61 |
| Fig. 5.15 - Evolução das reações nos apoios ao longo do tempo para os tirantes T5001 e T5002. | 62 |
| Fig. 5.16 - Variação da tensão na armadura na fenda mais condicionante da análise do T500..... | 63 |
| Fig. 5.17 - Evolução das tensões na armadura ao longo do comprimento do tirante T5001. | 63 |
| Fig. 5.18 - Evolução das tensões na armadura ao longo do comprimento do tirante T5002. | 64 |

| | |
|--|-----|
| Fig. 5.19 - Evolução das tensões de aderência ao longo do comprimento do tirante T500..... | 65 |
| Fig. 5.20 - Evolução do deslizamento ao longo do comprimento do tirante T500..... | 66 |
| Fig. 5.21 - Deformação no T10001 para vários instantes de tempo..... | 67 |
| Fig. 5.22 - Deformação no T10002 para vários instantes de tempo..... | 67 |
| Fig. 5.23 - Abertura de fenda, para o T10001 e para o T10002, para a primeira fenda total que se forma. | 68 |
| Fig. 5.24 - Evolução das reações nos apoios ao longo do tempo para os tirantes T10001 e T10002. | 69 |
| Fig. 5.25 - Variação da tensão na armadura na fenda mais condicionante da análise do T1000..... | 70 |
| Fig. 5.26 - Evolução das tensões na armadura ao longo do comprimento do tirante T10001. | 70 |
| Fig. 5.27 - Evolução das tensões na armadura ao longo do comprimento do tirante T10002. | 71 |
| Fig. 5.28 - Evolução das tensões de aderência ao longo do comprimento do tirante T1000..... | 72 |
| Fig. 5.29 - Evolução do deslizamento ao longo do comprimento do tirante T1000..... | 73 |
| Fig. 5.30 – Reações de apoio devido exclusivamente à hidratação do cimento. | 74 |
| Fig. 5.31 – Reações nos apoios para os três tirantes..... | 74 |
| Fig. 5.32 – Tensões nas armaduras para os três tirantes, na primeira fenda total que se forma. | 75 |
| Fig. 6.1 – Dimensionamento de armadura mínima para $\sigma_s = 500 \text{ MPa}$ em função da espessura, segundo o EC2 e segundo o GNAnnex. | 78 |
| Fig. 6.2 – Comparação dos resultados das reações de apoio com os valores previstos para o T250. | 80 |
| Fig. 6.3 - Comparação dos resultados das reações de apoio com os valores previstos para o T500. | 80 |
| Fig. 6.4 - Comparação dos resultados das reações de apoio com os valores previstos para o T1000. | 81 |
| Fig. A4.1 - Área de betão efetiva para três casos diferentes. Em (a) viga, (b) laje e (c) parede (CEB-FIP, 2013). | 97 |
| Fig. B1.1 – Representação da fissuração no T2501 através de vetores. | 103 |
| Fig. B1.2 – Representação da fissuração no T2502 através de vetores. | 103 |
| Fig. B1.3 – Representação da fissuração no T5001 através de vetores. | 104 |
| Fig. B1.4 – Representação da fissuração no T5002 através de vetores, para 3 anos..... | 104 |
| Fig. B1.5 – Representação da fissuração no T5002 através de vetores, para 10 e 50 anos..... | 105 |
| Fig. B1.6 - Representação da fissuração no T10001 através de vetores, para 3 e 10 anos..... | 105 |
| Fig. B1.7 – Representação da fissuração no T10001 através de vetores, para 50 anos..... | 106 |
| Fig. B1.8 – Representação da fissuração no T10002 através de vetores. | 106 |
| Fig. B2.1 – Tensões horizontais no betão para o T2501. | 107 |
| Fig. B2.2 - Tensões horizontais no betão para o T5001..... | 108 |
| Fig. B2.3 - Tensões horizontais no betão para o T10001..... | 109 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 3.1 - Propriedades da mistura do betão usadas na corrente dissertação. | 23 |
| Tabela 3.2 - Características geométricas dos tirantes analisados. | 24 |
| Tabela 3.3 - Armadura e perímetro para cada caso de estudo. | 25 |
| Tabela 3.4 - Propriedades térmicas (Azenha et al., 2017). | 27 |
| Tabela 3.5 - Propriedades da geração de energia (Azenha et al., 2017). | 27 |
| Tabela 3.6 - Propriedades higrométricas (Azenha et al., 2017). | 29 |
| Tabela 3.7 - Propriedades mecânicas. | 30 |
| Tabela 5.1 – Resumo dos valores da abertura de fendas, no T2501 e no T2502, na primeira fenda total que se forma. | 52 |
| Tabela 5.2 – Processo de fissuração nos tirantes T2501 e T2502 tendo em conta as reações de apoio. | 53 |
| Tabela 5.3 – Reações de apoio no final da análise do T250. | 53 |
| Tabela 5.4 – Tensões médias ao longo do comprimento de transferência para o T250. | 56 |
| Tabela 5.5 - Tensões de aderência médias e máximas ao longo do comprimento de transferência para o T250. | 57 |
| Tabela 5.6 – Resumo dos valores da abertura de fendas, no T5001 e no T5002, na primeira fenda total que se forma. | 61 |
| Tabela 5.7 - Processo de fissuração nos tirantes T5001 e T5002 tendo em conta as reações de apoio. | 62 |
| Tabela 5.8 - Reações de apoio no final da análise do T500. | 62 |
| Tabela 5.9 - Tensões médias ao longo do comprimento de transferência para o T500. | 64 |
| Tabela 5.10 - Tensões de aderência ao longo do comprimento de transferência para o T500. | 65 |
| Tabela 5.11 - Resumo dos valores da abertura de fendas, no T10001 e no T10002, na primeira fenda total que se forma. | 68 |
| Tabela 5.12 - Processo de fissuração nos tirantes T10001 e T10002 tendo em conta as reações de apoio. | 69 |
| Tabela 5.13 - Reações de apoio no final da análise do T1000. | 69 |
| Tabela 5.14 - Tensões médias ao longo do comprimento de transferência para o T1000. | 71 |
| Tabela 5.15 - Tensões de aderência médias ao longo do comprimento de transferência para o T1000. | 72 |
| Tabela 6.1 – Armadura mínima segundo o EC2 e o GNAnnex. | 78 |
| Tabela 6.2 – Resultados do dimensionamento da armadura para controlo da fissuração segundo EC2 e o GNAnnex. | 79 |
| Tabela 6.3 – Resumo dos resultados das aberturas de fendas para armadura igual a $1.3 A_{s,min}$ | 79 |
| Tabela 6.4 – Resultados obtidos para o coeficiente que considera o efeito das tensões uniformes auto-equilibradas. | 81 |
| Tabela 6.5 – Comparação entre os resultados THM e os valores previstos pelo MC2010. | 82 |
| Tabela A2.1 – Coeficientes α_i usado nas equações da retração. | 94 |
| Tabela A3.1 - Parâmetros do modelo homogeneizado formulado por Hanse. | 95 |
| Tabela A4.1 - Valores de τ_{bms} , β e η_r para os diferentes casos de estudo. | 99 |

SÍMBOLOS, ACRÓNIMOS E ABREVIATURAS

Nesta lista são apresentados os símbolos, acrónimos e abreviaturas usadas ao longo desta dissertação, para clareza de exposição, será apresentada uma descrição no decorrer do texto após a sua primeira utilização. A lista que se segue está definida por ordem alfabética.

| | |
|--|--|
| A_c | Área da secção transversal de betão |
| $A_{c,eff}$ | Área efetiva de betão tracionado, que envolve as armaduras tracionadas |
| A_s | Área da secção transversal da armadura |
| $A_{s,min}$ | Área de armadura mínima |
| A_T | Constante proporcional à máxima taxa de geração de calor |
| α_1 e α_2 | Constantes da equação de Carette e Staquet |
| α_e | Coefficiente de homogeneização dado pela razão entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade do betão |
| α_T | Difusibilidade térmica |
| β_1 e β_2 | Constantes da equação de Carette e Staquet |
| c | Calor específico do material |
| $c\rho$ | Calor específico volumétrico |
| D_H^* | Parâmetro da Difusão da água |
| d | Altura útil da secção, dada pela distância entre o centro de gravidade das armaduras e da fibra mais comprimida |
| $\Delta\sigma_c(\tau_i)$ | Incrementos de tensão aplicados nos instantes de tempo τ_i |
| $\Delta\varepsilon$ | Variação da extensão |
| $\Delta\varepsilon_{cs}$ ou $\Delta\varepsilon_{sh}$ | Variação da retração |
| $\Delta\sigma$ | Variação da tensão |
| E | Módulo de elasticidade longitudinal do material |
| $E(t_{eq})$ | Módulo de elasticidade da equação de Carette e Staquet |
| E_a | Energia de ativação |
| E_α | Rigidez da mola |
| E_{ci} | Módulo de elasticidade do betão tangente na origem, para uma idade de carregamento igual a 28 dias |
| $E_{ci}(t_0)$ | Módulo de elasticidade do betão na idade t_0 |
| E_{cm} | Módulo de elasticidade do betão aos 28 dias |
| E_s | Módulo de elasticidade do aço |
| ε_c | Extensão no betão |

| | |
|------------------------------|--|
| $\varepsilon_{cbs}(t)$ | Retração básica |
| $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ | Deformação de fluência |
| $\varepsilon_{cds}(t, t_s)$ | Retração de secagem |
| $\varepsilon_{ci}(t_0)$ | Deformação instantânea |
| $\varepsilon_{cr,d}(\tau_1)$ | Extensão de fluência recuperável para uma descarga no instante de tempo τ_1 |
| $\varepsilon_{cr,f}(\tau_1)$ | Extensão de fluência irrecuperável para uma descarga no instante de tempo τ_1 |
| $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$ | Deformação total de retração para o instante t |
| ε_{cso} | Coefficiente de retração nominal |
| ε_{cm} | Valor médio de extensão no betão |
| ε_{cr}^{nn} | Extensão de fendilhação, normal à fenda, no respetivo ponto de Gauss, calculada durante a análise não-linear |
| $\varepsilon_{c\sigma}(t)$ | Extensão total devido a uma tensão constante σ |
| ε_s | Extensão no aço |
| ε_{sm} | Valor médio de extensão no aço |
| $f(\alpha_T)$ | Função de geração de calor |
| f_{ck} | Tensão característica de rotura do betão à compressão, aos 28 dias de idade |
| f_{cm} | Resistência média à compressão aos 28 dias |
| $f_{ct,eff}$ | Valor médio da resistência do betão à tração à data que se prevê que se possam formar as primeiras fendas |
| f_{ctm} | Resistência média á tração do betão |
| G | Módulo de distorção do material |
| G_F | Energia de fratura |
| g_f | Energia de fratura que depende da largura da banda |
| H | Humidade nos poros |
| H_{sup} e H_{amb} | Humidade na superfície e humidade no ambiente exterior |
| h | Altura total da secção |
| h_b | Largura de banda (depende da malha adotada) |
| h_c | Coefficiente de transferência de calor por convecção |
| h_{cr} | Coefficiente de transferência de calor por convecção e radiação |
| h_m | Coefficiente de emissividade de humidade |
| h_r | Coefficiente de transferência de calor por radiação |
| $J(t, t_0)$ | Função de fluência |
| k | Condutibilidade térmica/ Coeficiente que tem em conta o efeito das tensões não uniformes auto-equilibradas |

| | |
|-----------------------|---|
| k_c | Coefficiente que tem em conta a distribuição das tensões na secção antes da fendilhação |
| $l_{s,máx}$ | Distância máxima entre pontos de deslizamento nulo |
| N | Esforço axial de tração instalado no elemento estrutural |
| N_{cr} | Esforço axial de fendilhação |
| η_α | Viscosidade do amortecedor |
| ν | Coefficiente de Poisson |
| ρ | Massa específica |
| $\rho_{s,eff}$ | Percentagem de armadura existente na zona de betão que é afetada pela aderência aço/betão sendo dada pelo quociente entre a área de armaduras e a área efetiva de betão |
| \dot{Q} | Taxa de geração de energia por unidade de volume no meio |
| q_h | Fluxo de calor na superfície |
| $q_{h,c}$ | Fluxo de calor na superfície devido a convecção |
| $q_{h,r}$ | Fluxo de calor na superfície devido a radiação |
| q_m | Fluxo de humidade dissipado pela fronteira |
| R | Constante universal dos gases perfeitos ($8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$) |
| RH | Humidade relativa do ambiente exterior (%) |
| RH_0 | Humidade relativa de referência (100%) |
| $S_{r,max}$ | Distância máxima entre fendas |
| s | Coefficiente que depende do tipo de cimento: 0.20 para cimento RS; 0.25 para cimento do tipo N e R; 0.38 para cimento do tipo SL |
| T | Temperatura |
| T_{sup} e T_{amb} | Temperatura à superfície do betão e temperatura do ambiente envolvente |
| t | Instante de tempo de cálculo |
| t_0 | Instante correspondente à aplicação da tensão (em dias) |
| t_{eq} | Tempo total de vida do elemento de betão |
| t_s | Idade do fim de cura do betão (início da retração por secagem) |
| τ_1 e τ_2 | Constantes da equação de Carette e Staquet |
| τ_{bm} | Tensão de aderência média entre o aço e o betão, ao longo do comprimento de deslizamento |
| w_k | Abertura de fendas |
| λ_α | Razão entre a viscosidade e a rigidez da mola |
| σ_0 | Tensão constante aplicada no instante τ_0 |
| $\sigma_c(t_0)$ | Tensão no betão aplicada no instante t_0 |

| | |
|-------------------|---|
| σ_s | Tensão no aço |
| σ_{sm} | Tensão média no aço ao longo da distância entre pontos de deslizamento nulo |
| $\varphi(t, t_0)$ | Coeficiente de fluência |
| φ_0 | Coeficiente nominal de fluência |
| \emptyset | Diâmetro do varão de aço |

| | |
|----------------|--|
| <i>ACI</i> | American Concrete Institute |
| <i>ANL</i> | Análise não-linear |
| <i>BA</i> | Betão Armado |
| <i>BFGS</i> | Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno algoritmo |
| <i>EF</i> | Elementos Finitos |
| <i>ELS</i> | Estado Limite de Serviço |
| <i>ELU</i> | Estado Limite Último |
| <i>EC2</i> | Eurocódigo 2 |
| <i>GNAnnex</i> | Anexo Nacional da Alemanha (Eurocódigo 2) |
| <i>MC90</i> | CEB – Model Code 1990 |
| <i>MC2010</i> | CEB – Model Code 2010 |
| <i>MEF</i> | Método dos Elementos Finitos |
| <i>MMEA</i> | Método do Módulo Efetivo Ajustado |
| <i>PSE</i> | Princípio de Sobreposição dos Efeitos |
| <i>THM</i> | Termo-higro-mecânica |

1

INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO DO TEMA E OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

A importância dos estados de limite de serviço (ELS) no mundo da engenharia civil tem vindo a crescer ao longo do tempo. O uso de materiais cada vez mais resistentes, como aços de alta resistência, diminui substancialmente a quantidade de armadura existente nas estruturas de betão armado. Apesar de parecer uma medida inicialmente económica, uma vez que para uma resistência idêntica nos estados limites últimos (ELU) é preciso menores quantidades de armadura, existe menos área de aço, o que origina abertura de fendas de maiores dimensões, podendo condicionar as propriedades e a resistência deste mesmo aço, e a funcionalidade global da estrutura, degradando o material estrutural, exigindo grandes custos de manutenção ou, em casos extremos, o colapso da estrutura.

Os códigos de projeto, tal como EC2, abordam este fenómeno estabelecendo uma limitação para as aberturas de fendas. Este limite pode ser exigido pelo próprio dono de obra, imposto devido à exposição estrutural a condições ambientais adversas ou até mesmo pela própria função da estrutura em questão. Para isso é necessário saber quando se deve calcular e como calcular a abertura de fendas. Quando não existem cargas aplicadas, o betão deforma-se principalmente devido à retração do betão e a variações de temperatura. Então, numa estrutura não restringida e sem cargas aplicadas, apenas poderão existir tensões quando há retração ou variações de temperatura não uniformes. Essas tensões podem conduzir a fissuração na zona mais tracionada. Porém o risco de fissuração é consideravelmente maior em estruturas restringidas. O EC2 permite controlar a abertura de fendas através de fórmulas ou através de tabelas generalizadas, que para uma tensão máxima na armadura e uma respetiva abertura de fenda, limita um diâmetro ou um espaçamento entre os varões.

Em casos que não é necessário o controlo específico da abertura de fendas, o EC2 propõe o cálculo de uma armadura mínima para evitar uma rotura frágil da estrutura devido aos efeitos das deformações diferidas do betão. Neste caso o cálculo da armadura mínima é efetuado com base no critério que garante a não plastificação da armadura na zona mais condicionante, ou seja, admitindo uma tensão igual ao valor da plastificação do aço na zona da fissura.

O cálculo da armadura mínima para o controlo da fissuração é então posteriormente realizado, através da consideração que a força na armadura corresponde à força de fissuração do betão. Esta equação admite um coeficiente que simplifica o efeito das tensões não-uniformidade auto-equilibradas ao longo da espessura do elemento, sendo que em estruturas espessas, leva a um sobredimensionamento da armadura mínima necessária, que por vezes chega a ser superior à armadura com funções estruturais.

Os objetivos desta dissertação passam por analisar o fenómeno de fissuração em várias estruturas com diferentes espessuras, considerando unicamente tração ou compressão, ou seja, tirantes e escoras, restringidos desde as primeiras idades do elemento do betão, dimensionados de acordo com as equações

da armadura mínima propostas pelo EC2, sendo ainda objeto de estudo os efeitos da hidratação do cimento e da variação dos campos de humidade ao longo da espessura e da vida do elemento de betão.

Embora o aumento de temperatura numa estrutura restringida provoque esforços de compressão, o que acontece nos primeiros dias de vida do elemento devido ao calor de hidratação do cimento, que é associado ao comportamento de uma escora, os esforços predominantes nesta dissertação são de tração e por isso as estruturas analisadas vão ser denominadas como tirantes. Um tirante de betão armado sem cargas aplicadas não tem grande sentido funcional no mundo da engenharia, porém os resultados expostos, podem ser facilmente aplicados a lajes ou paredes espessas nas mesmas condições que as analisadas na presente dissertação.

O estudo de elementos espessos torna importante analisar a variação das tensões e extensões ao longo da espessura do elemento. Deve-se ter em conta que a abertura de fendas tem de ser controlada na superfície do elemento de betão ou junto às armaduras mais superficiais, sendo por isso, permitida a abertura de fendas maiores no interior dos elementos e dispondo racionalmente a armadura exclusivamente nas faces expostas do elemento. O processo de abertura de fendas numa parede espessa foi estudado em (Leonhardt, 1976) e está ilustrado na Fig. 1.1.

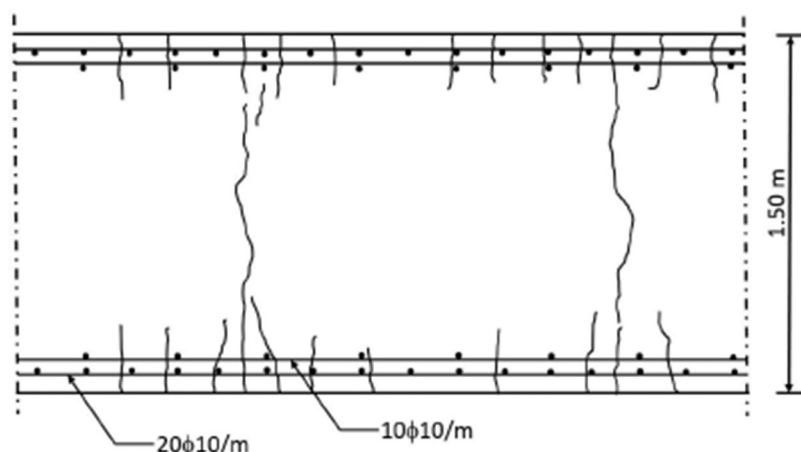


Fig. 1.1 – Secção de uma parede espessa com restrição centralizada (Leonhardt, 1976).

Pretende-se como meta final desta dissertação estabelecer o padrão de fissuração para os elementos estudados, as tensões na armadura desenvolvidas e as reações de apoio existentes, sendo posteriormente comparadas com os resultados numéricos obtidos através dos cálculos propostos por diferentes códigos de projeto.

1.2. ORGANIZAÇÃO EM CAPÍTULOS

Esta dissertação encontra-se dividida em sete capítulos. Todos os capítulos apresentam uma breve introdução aos temas gerais abordados dentro deste e algumas considerações gerais e justificações da sua organização.

O primeiro capítulo tem como objetivo enquadrar o leitor no tema da dissertação e explicar os seus objetivos.

O segundo capítulo introduz os conceitos teóricos de modelação através do método dos elementos finitos (MEF) utilizados nesta dissertação.

O terceiro capítulo caracteriza as estruturas estudadas, as propriedades higrométricas, térmicas e mecânicas adotadas nas análises efetuadas e as estratégias de modelação consideradas.

O quarto capítulo apresenta os resultados das análises térmicas, da variação dos campos de humidade e da retração ao longo da espessura de todos os elementos analisados.

O quinto capítulo mostra os resultados das análises mecânicas de cada tirante, incluindo a variação das tensões ao longo da espessura sem a consideração de um modelo de fendilhação, os padrões de fissuração obtidos para cada análise, as reações de apoio, as tensões normais nas armaduras e as tensões de aderência entre aço-betão.

O sexto capítulo expõe uma comparação entre os resultados obtidos através das análises THM e os resultados previstos pelos códigos de projeto.

O sétimo capítulo engloba as conclusões gerais desta dissertação e os desenvolvimentos futuros sobre os temas abordados.

Sempre que necessário disponibiliza-se nos anexos uma apresentação das formulações previstas pelos códigos de projeto, necessárias para efetuar os cálculos presentes nesta dissertação e imagens suplementares para permitir um melhor julgamento dos resultados obtidos.

2

MODELAÇÃO ATRAVÉS DO MEF, DO COMPORTAMENTO EM SERVIÇO DO BETÃO ARMADO

2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se os modelos utilizados no MEF nas análises desta dissertação, um resumo dos conceitos teóricos destes modelos e sempre que necessário uma justificação da escolha do tipo de modelo adotado.

Existem inúmeros modelos e estratégias para a simulação do comportamento betão, sendo que nesta dissertação apenas serão mencionados os modelos utilizados e dado um pequeno enfoque a outros tipos de modelos bastante comuns em trabalhos com objetivos semelhantes aos pretendidos nesta dissertação.

É realizada sempre que possível uma abordagem breve dos conceitos gerais dos modelos aplicados, sendo que o estudo detalhado deste tipo de modelos não é objetivo desta dissertação, mas sim fornecer ao leitor as ideias fundamentais da teoria geral por detrás deste tipo de modelos de maneira a enquadrar este nas estratégias de modelação utilizadas.

O material considerado nesta dissertação é o betão armado, que é o conjunto entre o material betão e o material aço. O aço modelado tem um comportamento linear elástico e nas análises com EF apresentadas na presente dissertação nunca chega a atingir o limite de plastificação, sendo o módulo de elasticidade do aço considerado igual ao sugerido pelo MC2010 e EC2 ($E_s = 200 \text{ GPa}$) constante ao longo de toda a análise.

A resistência à tração do betão evolui ao longo do tempo. Porém esta dissertação destina-se a estudar o comportamento da fissuração a longo prazo, sendo por essa razão uma simplificação razoável adotar-se ao longo de toda análise valores constantes para este parâmetro, correspondente ao valor previsto aos 28 dias pelo MC2010.

2.2. EVOLUÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO BETÃO E DO COEFICIENTE DE POISSON AO LONGO DO TEMPO

As tensões aplicadas a um corpo geram extensões, sendo esta relação estabelecida pela lei constitutiva do material. As leis constitutivas dependem das características do material. O betão não fendilhado é considerado um material isotrópico, ou seja, um material com características simétricas em relação a um plano de orientação arbitrária. As leis constitutivas destes materiais, para uma tensão única segundo uma direção, relacionam a tensão normal com a extensão segundo a mesma direção através do módulo de elasticidade longitudinal do material (E) e a extensão transversal de encurtamento com extensão

longitudinal do material através do coeficiente de Poisson (ν). A relação entre a tensão tangencial e a distorção é designada por módulo de distorção do material ou módulo de elasticidade transversal (G). Apenas o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson são constantes independentes, podendo o módulo de distorção ser obtido com base nestas (Silva, 2004).

A evolução do coeficiente de Poisson no betão não fendilhado não é consensual. Alguns autores defendem que é constante (Oluokun, Burdette e Deatherage, 1991), outros defendem que existe variação deste durante a hidratação (De Schutter e Kovler, 2003; Krauß, Hairiri e Rostásy, 2001). Segundo o MC2010, o coeficiente de Poisson varia para tensões compreendidas entre $-0.6f_{ck} < \sigma_c < 0.8f_{ck}$ entre 0.14 e 0.26. Por simplificação, o valor adotado nesta dissertação é o sugerido pelo MC2010, $\nu = 0.20$ sendo considerado constante para o betão não fendilhado e afetado por uma função redutora, que diminui gradualmente o valor deste até zero quando fendilha.

O módulo de elasticidade do betão é dependente da sua composição e da sua idade, variando ao longo do tempo, principalmente nos primeiros dias de vida. Torna-se necessário definir a data do nascimento do elemento betão, que por sua vez implica um estudo das reações químicas que acontecem durante o seu endurecimento.

A Fig. 2.1 representa a formação dos vários componentes químicos da pasta do cimento, estando este comportamento dividido por três fases distintas. A fase I corresponde às reações químicas geradas pelo primeiro contacto entre o cimento e a água. A fase II inicia após a perturbação do mecanismo que impede a hidratação durante o período dormente. A fase III corresponde à continuação das reações de difusão da hidratação que caracterizam o final da fase II (Azenha, 2009). O Tempo Zero é definido como o instante de tempo em que o betão começa a desenvolver uma estrutura suficientemente capaz de suportar tensões (Weiss, 2001). Conforme é visível na Fig. 2.1, este instante coincide com o início da fase II. Todas as análises mecânicas realizadas nesta dissertação têm início neste Tempo Zero.

O MC2010 define o módulo de elasticidade (E_{ci}) como a tangente à origem para a relação de tenções e extensões aos 28 dias (CEB-FIP, 2013). O estudo do comportamento do betão nos primeiros dias de vida leva a que seja necessária uma abordagem mais pormenorizada do comportamento diferido do módulo de elasticidade. Vários autores ao longo dos anos têm proposto várias formulações para ajustar este comportamento, pelo que o recomendado para um estudo aprofundado é a realização de vários ensaios laboratoriais e o ajuste através de um modelo matemático. Um destes modelos é o modelo de (Carette e Staquet, 2015) representado pela equação (2.1).

$$E(t_{eq}) = \alpha_1 \cdot e^{-\left(\frac{\tau_1}{t_{eq}}\right)^{\beta_1}} + \alpha_2 \cdot e^{-\left(\frac{\tau_2}{t_{eq}}\right)^{\beta_2}} \quad (2.1)$$

onde $E(t_{eq})$ é o módulo de elasticidade no tempo t_{eq} expresso em GPa , t_{eq} corresponde ao tempo de análise em dias e $\alpha_1, \alpha_2, \tau_1, \tau_2, \beta_1$ e β_2 são constantes que resultam do melhor ajuste da equação aos resultados experimentais obtidos.

Apesar de se terem realizado alguns testes ao módulo de elasticidade em (Azenha et al., 2017), não foram obtidos resultados experimentais suficientes para um ajuste coerente da curva pela equação (2.1).

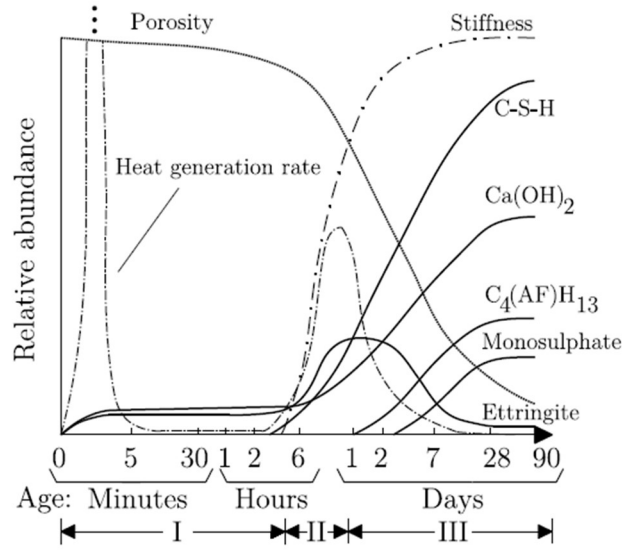


Fig. 2.1 - Formação de vários produtos da hidratação do betão em função do tempo, em conjunto com a evolução do calor de hidratação e do módulo de elasticidade (Azenha, 2009) adaptado de (Lura, 2000).

Outra abordagem que é por vezes adotada consiste na modelação da evolução do módulo de elasticidade recorrendo à equação proposta pelo MC2010, representada em (2.2).

$$E_{ci}(t) = E_{ci} \cdot \left[e^{\left\{ s \cdot \left[1 - \sqrt{\left(\frac{28}{t} \right)} \right] \right\}} \right]^{0.5} \quad (2.2)$$

onde E_{ci} representa o valor do módulo de elasticidade (MPa) aos 28 dias para a classe de betão estrutural respetiva, a variável s é um valor dependente do tipo de cimento usado e a variável t representa o tempo em dias para o qual se está a calcular o módulo de elasticidade.

Um dos problemas da utilização desta abordagem acontece pelo facto da equação do MC2010 apresentar o cálculo em função do tempo desde a betonagem e não do Tempo Zero como referido anteriormente. (Kansad et al., 2003) propuseram uma adaptação da equação (2.2), para ter em conta o facto de as tensões e as propriedades mecânicas do betão apenas começarem a desenvolver após um certo instante de tempo, substituindo t na equação (2.2) por $(t - t_0)$:

$$E_{ci}(t) = E_{ci} \cdot \left[e^{\left\{ s \cdot \left[1 - \sqrt{\left(\frac{28}{(t-t_0)} \right)} \right] \right\}} \right]^{0.5} \quad (2.3)$$

onde $(t - t_0)$ representa, portanto, a idade do betão contada a partir do Tempo Zero. É esta a formulação adotada nas análises mecânicas realizadas na presente dissertação.

A validação desta formula é realizada na Fig. 2.2 através da comparação dos estudos sobre o módulo de elasticidade nas primeiras idades efetuados em (Granja, 2016) que seguem o modelo matemático de (Carette e Staquet, 2015) representado na equação (2.1), com os valores obtidos segundo a equação de

Kanstad (2.3) para um betão da mesma classe, sendo que estas formulações já englobam os ajustes de tempo para os efeitos da temperatura na maturidade do betão. A Fig. 2.2 apresenta uma comparação entre ambos os modelos.

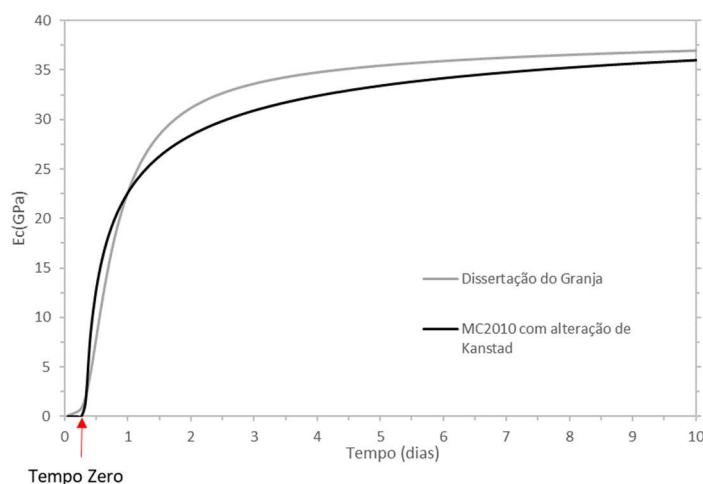


Fig. 2.2 - Comparação entre os valores adotados em (Granja, 2016) e a metodologia usada nesta dissertação.

A classe de betão dos cálculos apresentados na Fig. 2.2 é diferente da utilizada na presente dissertação, servindo exclusivamente para validação do modelo. No gráfico está representado por uma seta a vermelho o instante de tempo correspondente ao Tempo Zero para o caso de estudo apresentado.

2.3. FLUÊNCIA DO BETÃO

O betão não fissurado é um material viscoelástico, sendo que, quando sujeito a uma tensão constante, para além da extensão instantânea que ocorre na data da aplicação da tensão, irá sofrer um acréscimo de extensão ao longo do tempo. Este acréscimo de extensão define-se como efeito de fluência e pode ser observado comparando a deformação total de um elemento com a deformação não mecânica de um elemento semelhante (Hilsdorf, 1995).

A fluência do betão é um fenómeno complexo que depende da hidratação da pasta de cimento, sendo geralmente a fluência nos agregados desprezada. A variação da humidade provocada pela secagem, as condições de fronteira da estrutura, o grau de hidratação, a geometria do elemento e a razão água/cimento da mistura são fatores importantes para a caracterização da fluência (Gilbert e Ranzi, 2010).

A fluência pode ser dividida em duas parcelas, a fluência básica e fluência de secagem. Fluência básica é a que ocorre sem existir trocas de humidade entre o betão e exterior. Já a fluência de secagem envolve trocas de humidade com o exterior. Nos modelos gerais, a fluência é considerada como a soma das duas parcelas.

É importante também caracterizar o comportamento da fluência no caso de ocorrer uma descarga de tensão. A fluência será dividida numa extensão de fluência recuperável ($\epsilon_{cr,a}(\tau_1)$) e numa extensão de fluência irrecurável ($\epsilon_{cr,f}(\tau_1)$) (Gilbert e Ranzi, 2010). A Fig. 2.3 representa o comportamento normal da fluência numa estrutura de betão. Em (b), verificamos a aplicação de uma tensão constante σ_0 no instante tempo τ_0 e a sua respetiva descarga no instante tempo τ_1 . Podemos observar a parte recuperável e a parte irrecurável da fluência no gráfico (a).

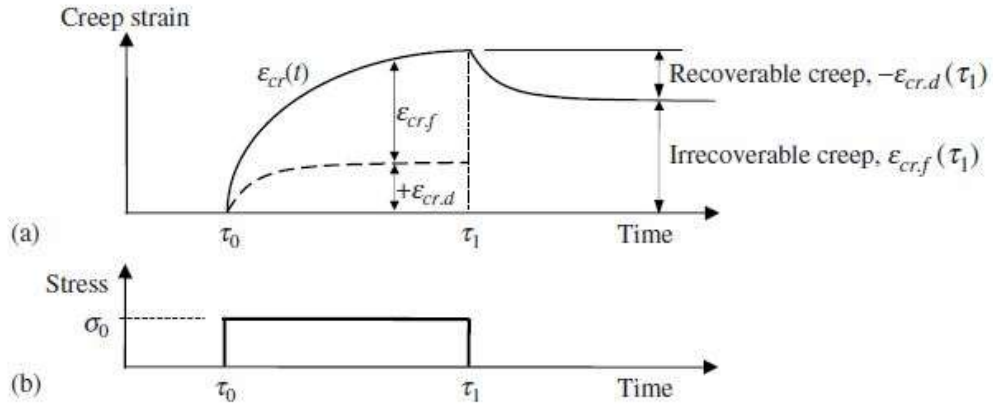


Fig. 2.3 - Fluência recuperável e irrecuperável (Gilbert e Ranzi, 2010).

A fluência é bastante importante no desenvolvimento de tensões, sendo que as deformações por fluência conduzem a uma redução das tensões nas primeiras idades cerca de 50% (Bentur, 2003; Larson, 2003).

Nos códigos de projeto, a extensão de fluência é relacionada com a extensão instantânea através da multiplicação por um coeficiente temporal, denominado coeficiente de fluência ($\varphi(t, t_0)$). A extensão total ($\varepsilon_{c\sigma}(t)$) de um elemento de betão é então definida para um determinado instante de tempo t , como a soma da extensão mecânica ($\varepsilon_{ci}(t_0)$) com a extensão de fluência ($\varepsilon_{cc}(t, t_0)$).

$$\varepsilon_{c\sigma}(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_{ci}(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{ci}} \right] = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) \quad (2.4)$$

A variável $J(t, t_0)$ denomina-se função de fluência e expressa a extensão do betão no instante t , provocada por uma tensão unitária constante aplicada em t_0 . Esta função é independente da tensão, sendo válida para tensões no betão $\sigma_c(t_0)$ inferiores a 40% do $f_{cm}(t_0)$, limite satisfeito nesta dissertação. Para análises ao longo do tempo e verificando-se a linearidade da fluência, podemos aplicar o princípio da sobreposição de efeitos, chegando assim à equação (2.5). As tensões são decompostas em pequenos incrementos de tensão $\Delta\sigma_c$, aplicados no instante tempo τ_i para uma correspondente função J (Sousa, 2004).

$$\varepsilon_{c\sigma}(t) = J(t, t_0) \cdot \sigma_c(t_0) + \sum_{i=1}^n J(t, \tau_i) \cdot \Delta\sigma_c(\tau_i) \quad (2.5)$$

No caso da a função de tensões ser contínua (ver Fig. 2.4), a equação (2.5) pode ainda ser ajustada a uma equação integral de Rieman (2.6).

$$\varepsilon_{c\sigma}(t) = J(t, t_0) \cdot \sigma_c(t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \cdot \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (2.6)$$

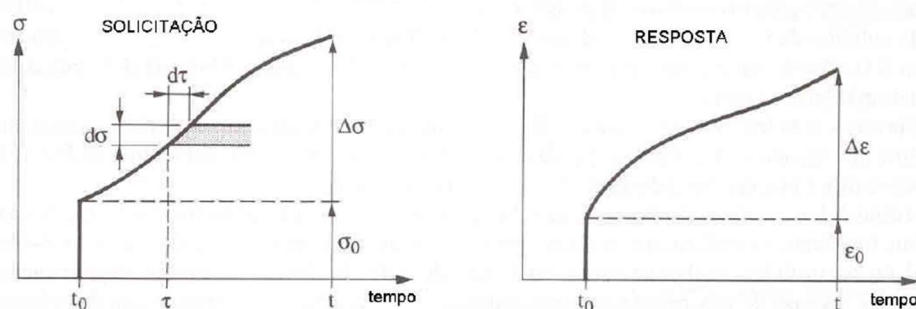


Fig. 2.4 - Resposta da extensão a uma solicitação variável de tensão ((Sousa, 2004) adaptado de (Favre, 1997)).

O princípio de sobreposição de efeitos deixa de ser válido a partir do instante em que é aplicada uma tensão de valor significativo num instante t_i superior a t_0 (Bazant, 1988). No entanto, um comportamento linear traduz resultados muito próximos da realidade e, por simplificação, o princípio da sobreposição de efeitos (PSE) é geralmente assumido na modelação da fluência.

Nesta dissertação a formulação da fluência baseia-se no MC2010. Para permitir a aplicação da fluência em modelos de EF é necessário recorrer a modelos numéricos reológicos que simulam a viscoelasticidade do betão. Este tipo de modelo é baseado na conjugação de dois elementos, uma mola que simula o comportamento elástico e um amortecedor que simula o comportamento viscoso. O modelo viscoelástico obtém-se através da combinação da mola com o amortecedor, que pode ser em paralelo (elemento de Kelvin-Voigt) representado na Fig. 2.5, ou em série (elemento de Maxwell). Estes elementos isolados demonstram limitações na simulação da fluência, por esta razão recorre-se a uma combinação de vários elementos para simular devidamente a fluência, sendo estas combinações designadas de séries ou modelos generalizados.

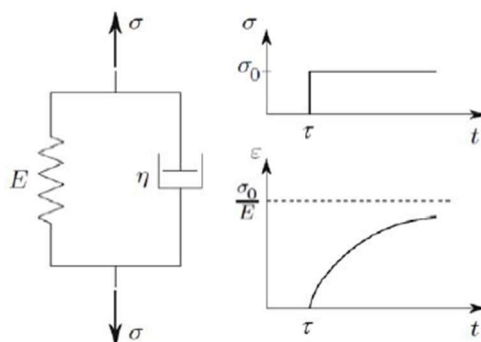


Fig. 2.5 - Elemento de Kelvin e deformação sobre tensões constantes.

O uso de modelos de fissuração numa análise numérica limita a seleção do modelo de fluência. O modelo de cadeias de Maxwell são mais indicados para problemas em que a relaxação é predominante, sendo o modelo mais recomendado para as análises de fissuração, o modelo da cadeia de Kelvin (DIANA, 2016). Este modelo consiste na aglomeração de vários elementos de Kelvin em série, sendo o primeiro elemento desta série constituído apenas por uma mola, permitindo assim simular a deformação instantânea do betão. A Fig. 2.6 representa o modelo da cadeia de Kelvin.

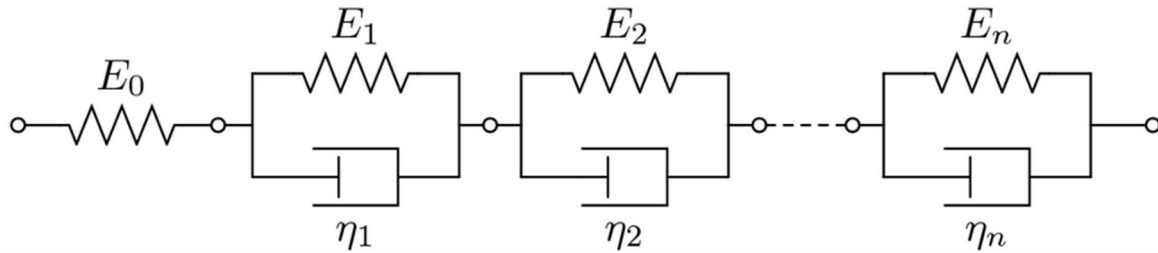


Fig. 2.6 - Modelo da cadeia de Kelvin (DIANA, 2016).

A modelação da função de fluência através de elementos de Kelvin é feita através de uma série de Dirichlet, representada na equação (2.7).

$$J(t, \tau) = \sum_{\alpha=0}^n \frac{1}{E_{\alpha}(\tau)} \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\lambda_{\alpha}}} \right) \quad (2.7)$$

onde $E_{\alpha}(\tau)$ representa a rigidez da mola no instante tempo τ , e λ_{α} representa a razão entre a viscosidade do amortecedor (η_{α}) e a rigidez da mola (E_{α}).

O software DIANA procede ao ajuste da curva de fluência do MC2010, representada no anexo A1, seguindo uma escala logarítmica de tempo, utilizando uma cadeia de no máximo dez elementos de Kelvin, a equação de Dirichlet e a lei do módulo de elasticidade definida no capítulo 2.2.

2.4. RETRAÇÃO DO BETÃO

A retração é um fenómeno que consiste na diminuição gradual do volume do elemento do betão, com condições ambientais constantes e na ausência de tensões. A retração ocorre devido a processos químicos interligados com o envelhecimento e com as perdas de água devido à secagem do material.

De uma forma geral a retração é dividida em várias parcelas conforme o fenómeno que representa.

A retração básica consiste na redução de volume sem que ocorram trocas de humidade com o exterior. Esta retração é por vezes denominada como retração autógena e resulta do facto dos produtos da hidratação do cimento ocuparem menos volume do que os que lhe deram origem.

A retração plástica ocorre devido à evaporação da água antes do início da presa do betão.

A retração de secagem advém da dissipação da água do elemento de betão para as superfícies expostas ao ambiente, na presença de trocas hídricas entre estes.

Alguns autores consideram ainda a existência da retração por carbonatação que acaba por ser uma reacção química, diferindo unicamente por resultar da reacção de um produto do cimento já hidratado (hidróxido de cálcio) com o dióxido de carbono, produzindo água e carbonato de cálcio (Favre, 1997; Ruiz, 2003).

A generalidade dos códigos de projeto, tais como os modelos do EC2 e do MC2010, apenas consideram a retração como a soma da retração básica (autógena no caso do EC2) com a retração de secagem, sendo que a retração de secagem é a componente mais relevante, em betões de classe de resistência normal.

2.4.1. CONSIDERAÇÃO DE UM VALOR MÉDIO PARA TODA A SECÇÃO TRANSVERSAL

Uma das maneiras de modelar a retração é através da consideração de um valor médio que varia ao longo do tempo para toda a secção. O MC2010 baseia-se neste pressuposto considerando que a retração total ($\varepsilon_{cs}(t, t_s)$), corresponde à soma da retração básica ($\varepsilon_{cbs}(t)$) com a retração de secagem ($\varepsilon_{cds}(t, t_s)$).

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cbs}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \quad (2.8)$$

A retração básica está intrinsecamente relacionada com a classe do betão e é predominante em betões de classe de resistência elevada, devido ao elevado consumo de cimento e à baixa relação entre cimento/água deste tipo de betões.

A Fig. 2.7 representa o gráfico que compara a retração total ($\varepsilon_{cs}(t)$) com a retração básica ($\varepsilon_{cbs}(t)$). Na figura está representado um betão da classe C30/37, com um cimento do tipo 42.5R, uma espessura equivalente de 250 mm, a uma temperatura constante. A estrutura é descofrada aos 7 dias e a humidade relativa do ambiente exterior é de 60%.

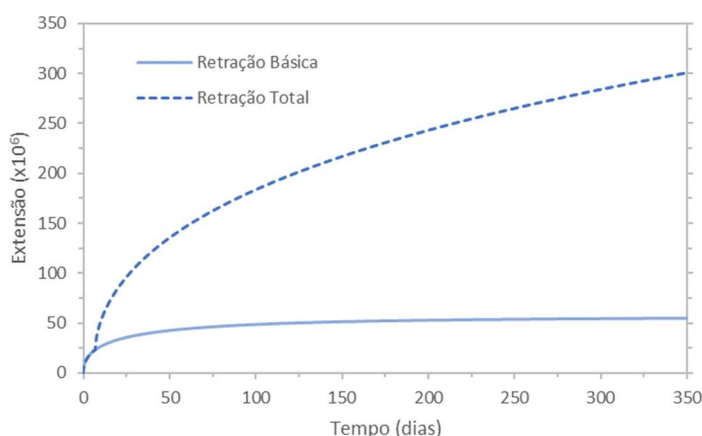


Fig. 2.7 - Retração básica e retração total.

Analisando o gráfico pode-se concluir que a retração básica tem pouca importância, em betões desta classe de resistência que é a considerada nos estudos numéricos realizados nesta dissertação, quando comparada com a de secagem. Por essas razões e por simplificação numérica, despreza-se a retração básica, assumindo-se que esta simplificação não afetará os resultados desta dissertação.

A retração de secagem pode ser calculada segundo o MC2010 pela formulação apresentada no anexo A2.

2.4.2. CONSIDERAÇÃO DE UM VALOR LOCAL BASEADO NUMA ANÁLISE HIGROMÉTRICA

Os códigos de projeto, tal como o EC2 e o MC2010, quantificam a retração de um elemento de betão através de um valor médio na secção transversal. Porém após o início da secagem da estrutura, a humidade tende a dissipar-se mais rapidamente nas camadas superficiais do que no núcleo da estrutura, originando uma extensão diferencial ao longo da espessura do elemento. Daqui resulta o aparecimento de tensões autoequilibradas, trações á superfície e compressões no interior do elemento (Felisberto, 2015). A Fig. 2.8 representa este comportamento.

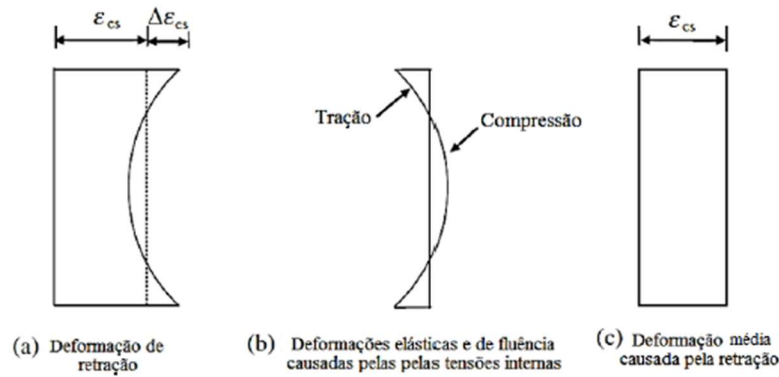


Fig. 2.8 - Comportamento de um elemento de betão sujeito à retração de secagem (Felisberto, 2015).

Na Fig. 2.8 está representado um elemento de betão onde existem trocas de água com ambiente exterior exclusivamente na face superior e inferior. A alínea (c) representa a abordagem de retração média sugerida pelos códigos de projeto para este fenómeno. Comparando com a alínea (a) consegue-se perceber que é uma abordagem muito simplificativa, principalmente se se pretender estudar elementos espessos nos quais as diferenças de extensões entre a face exposta e o núcleo do elemento são maiores do que em elementos delgados. Por isso, recorre-se nesta dissertação a uma análise higrométrica para simular a evolução dos campos de humidade e da retração ao longo do tempo.

A retração de secagem é um fenómeno relacionado com a quantidade de água livre presente no betão. Em betões de classe corrente existe um excesso de água que acaba por não reagir no processo de hidratação do cimento. Este excesso de água no betão tende a difundir para a superfície em contacto com o ambiente exterior e posteriormente evaporar. Estas trocas levam a uma diminuição do volume do elemento estrutural conhecida como a retração de secagem.

A difusão da água nos poros ao longo da espessura do elemento é simulada recorrendo a equação (2.9) validada em (Azenha et al., 2011), que apresenta semelhanças com a proposta pelo MC2010.

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \text{div}(D_{H^*} \cdot \text{grad}(H)) \quad (2.9)$$

onde H representa a humidade nos poros, t o tempo em segundos, e D_{H^*} é a difusão.

O parâmetro de difusão D_{H^*} pode ser calculado através da fórmula de Bažant, equação (2.10) proposta em (Bažant e Najjar, 1972).

$$D_{H^*} = D_1 \left[\alpha_H + \frac{1 - \alpha_H}{1 + \left[\frac{1 - H}{1 - H_c} \right]^n} \right], \text{ com } \alpha_H = \frac{D_0}{D_1} \quad (2.10)$$

onde D_1 e D_0 são respetivamente os valores de D_{H^*} para $H = 1$ e $H = 0$, H_c é a humidade relativa para o qual se obtém $D_{H^*} = 0.5 \times D_1$ e n é uma propriedade do material.

As transferências de água entre a superfície do betão e o ambiente exterior são simuladas através da formulação de Neumann.

$$q_m = h_m \cdot (H_{sup} - H_{amb}) \quad (2.11)$$

onde q_m é o fluxo de humidade dissipado pela fronteira, h_m é o coeficiente de emissividade de humidade, H_{sup} e H_{amb} são respetivamente os valores de humidade na superfície e no ambiente exterior.

A relação entre a retração de secagem e a humidade nos poros, em cada posição, é efetuada através da formulação proposta em (Kwak, Ha e Kim, 2006) designada por equação de Kwak (2.12).

$$\Delta \varepsilon_{sh} = \varepsilon_{sh,c,ulti}^* \cdot [0.97 - 1.895 \cdot (H - 0.2)^3] \quad (2.12)$$

onde $\Delta \varepsilon_{sh}$ representa a extensão de retração local, H representa a humidade no elemento em valor absoluto e $\varepsilon_{sh,c,ulti}^*$ é uma constante representa o valor final da extensão de retração após a perda total de humidade. A constante $\varepsilon_{sh,c,ulti}^*$ pode ser determinada com base no conhecimento do valor da retração, $\Delta \varepsilon_{sh}$, quando a humidade no betão atinge um determinado valor H em equilíbrio com o meio ambiente. Por sua vez, este valor de $\Delta \varepsilon_{sh}$, pode ser quantificado experimentalmente através de ensaios de retração de prismas de betão. Alternativamente, este valor pode ser quantificado através da medição experimental da retração da pasta de cimento para determinados valores de H , recorrendo posteriormente a um modelo de homogeneização, tal como o de (Hansen, 1987) para obter a correspondente retração no betão. Este modelo de homogeneização é apresentado no anexo A3.

2.5. EVOLUÇÃO DA TEMPERATURA DEVIDA À HIDRATAÇÃO DO CIMENTO

O estudo do comportamento do betão nas primeiras idades implica a análise da hidratação do cimento. Este fenómeno envolve a geração de calor provocada pelas reações químicas de natureza exotérmica. A geração de calor na hidratação do cimento tem enorme relevância no estudo de estruturas espessas. Devido às elevadas quantidades de massa de betão presente neste tipo de estruturas, são atingidas temperaturas elevadas nos primeiros dias de vida do elemento de betão e por consequente, em estruturas que se encontrem restringidas desde a betonagem, surgem tensões relevantes, resultando geralmente tensões residuais de tração no final deste fenómeno. A evolução da temperatura inicia-se quando o cimento começa a reagir com a água, englobando-se no início da fase II como pode ser observado na Fig. 2.1.

Um modelo térmico pode ser estabelecido através da quantificação de alguns parâmetros reológicos característicos do betão em estudo. A evolução da temperatura depende não apenas dos componentes da mistura, mas também da geometria do elemento e das suas fronteiras térmicas, estando por isso intrinsecamente ligado às condições ambientais exteriores e ao tempo de descofragem da estrutura.

A Fig. 2.9 representa as várias naturezas da transmissão de calor:

- (i) Por condução, a transmissão de calor é feita através de movimentos aleatórios das moléculas ou de eletrões livres. É o processo típico de transmissão de calor dentro de um sólido.
- (ii) Por convecção, que consiste na transferência de calor entre a superfície de um sólido e um fluido em movimento.
- (iii) Por radiação, que está relacionada com a emissão de energia por parte de um corpo em virtude da sua temperatura (Azenha, 2004).



Fig. 2.9 - Mecanismos de transferência de calor em sólidos (Azenha, 2004).

A evolução da temperatura pode ser simulada com base na primeira lei da termodinâmica, através da equação de balanço energético térmico, que inclui a libertação do calor de hidratação do cimento, representada na equação (2.13). O primeiro termo desta equação representa o somatório do balanço entre a taxa de entrada e saída de energia, com a taxa de geração de energia. O segundo termo representa a taxa de armazenamento de energia.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.13)$$

onde \dot{Q} é a taxa de geração de energia por unidade de volume no meio (Wm^{-3}), k é a condutibilidade térmica do betão ($Wm^{-1}K^{-1}$), T é a temperatura (K), t é o tempo (s), c é o calor específico do material ($J kg^{-1}K^{-1}$), ρ é a massa específica ($kg m^{-3}$) e x, y e z são coordenadas espaciais.

O produto entre o calor específico do material c e a massa específica ρ denomina-se calor específico volumétrico. A razão entre a condutibilidade térmica (k) e o calor específico volumétrico (ρc) denominam-se difusibilidade térmica α_T (m^2s^{-1}).

$$\alpha_T = \frac{k}{\rho c} \quad (2.14)$$

Para definição da função de geração de calor, pode ser utilizada a metodologia descrita em (Van Breugel, 2001) e (Azenha, 2004), através de uma função de Arrhenius fundamentada no grau de desenvolvimento de calor, representada pela seguinte equação.

$$\dot{Q} = f(\alpha_T) A_T e^{-\frac{E_a}{RT}} \quad (2.15)$$

onde E_a é a energia de ativação ($J mol^{-1}$), R é a constante universal dos gases perfeitos ($8.314 J mol^{-1}K^{-1}$), A_T é a constante proporcional á máxima taxa de geração de calor (s^{-1}) e $f(\alpha_T)$ é a função de geração de calor.

As condições de fronteira do problema térmico são simuladas através das transferências de calor por convecção e radiação entre o sólido e o ambiente exterior (Fig. 2.9).

A convecção é caracterizada pela lei de Newton do arrefecimento representada na equação (2.16) (Bergman et al., 2011).

$$q_{h,c} = h_c (T_{sup} - T_{amb}) \quad (2.16)$$

onde $q_{h,c}$ é o fluxo de calor na superfícies devido a convecção (Wm^{-2}), h_c é o coeficiente de transferência de calor por convecção ($Wm^{-2}K^{-1}$) e T_{sup} e T_{amb} são respetivamente a temperatura à superfície do betão e do ambiente envolvente (K).

O fluxo de calor transmitido por radiação $q_{h,r}$ pode ser equacionado de uma forma simplificada, por uma equação semelhante à do fluxo devido a convecção (2.16), sendo substituído o coeficiente de transferência de calor h_c , por um coeficiente associado à radiação h_r (2.17) (Branco, Mendes e Mirambell, 1992).

$$q_{h,r} = h_r (T_{sup} - T_{amb}) \quad (2.17)$$

Devido à semelhança entre as equações (2.16) e (2.17) pode-se admitir um coeficiente de transferência único h_{cr} , que integre os fenómenos de convecção e radiação, $h_{cr} = h_c + h_r$, originando a expressão final que define as fronteiras térmicas do nosso problema, equação (2.18).

$$q_h = h_{cr} (T_{sup} - T_{amb}) \quad (2.18)$$

2.6. FISSURAÇÃO NO BETÃO ARMADO

A fissuração consiste no fenómeno de desenvolvimento de abertura de novas fendas ao longo da espessura e comprimento do elemento de betão. Este processo inicia-se quando uma tensão principal de tração atinge o valor da resistência à tração do betão, originando a abertura de uma fenda perpendicular a esta tensão.

Existem quatro fases distintas do comportamento das estruturas à fissuração.

- (i) Uma fase inicial em que o betão não se encontra fissurado e apresenta um comportamento elástico-linear.
- (ii) A segunda fase onde ocorre a formação de fendas.
- (iii) A terceira fase que corresponde a uma fase de estabilização da fissuração, ocorrendo unicamente o aumento da extensão das fendas já existentes.
- (iv) Uma quarta fase em que a armadura atinge o patamar de cedência e entra em plastificação.

A Fig. 2.10 representa um tirante armado sujeito a uma deformação imposta e as respetivas fases do processo de fissuração. A tracejado encontra-se representado o gráfico para a mesma solicitação de deformação imposta, num tirante apenas constituído pela armadura (Sousa, 2004). Nesta representação ignora-se, por simplificação, o endurecimento que ocorre após a entrada em cedência da armadura.

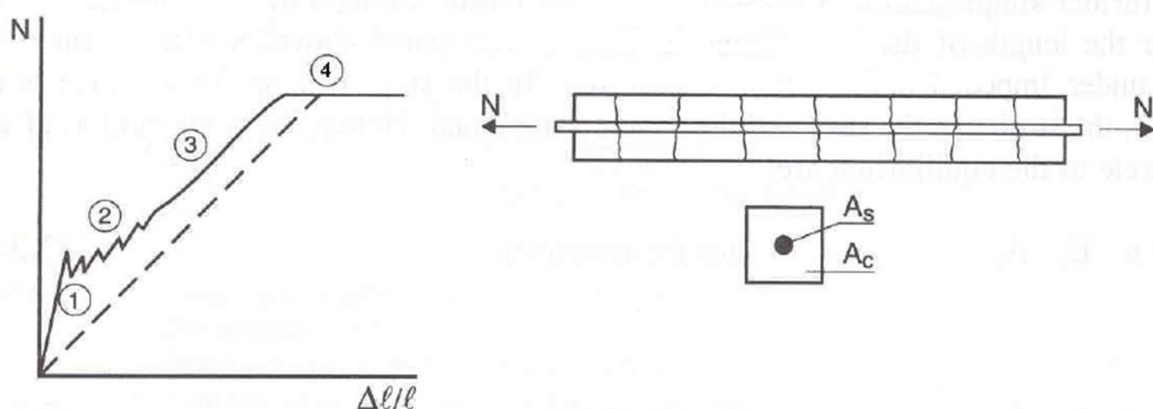


Fig. 2.10 - Relação força-deformação num ensaio de um tirante com imposição de deformação (Sousa, 2004).

A modelação numérica da fissuração no betão é geralmente realizada com base nos seguintes modelos.

O modelo de fendas discretas, em que a localização da fenda é imposta à priori, sendo usado dois materiais no modelo, um material com propriedades de fissuração e outro material contínuo que não fissura. Este modelo é apenas aconselhado para problemas muito detalhados (Rasmussen, 2012).

O modelo de fendas distribuídas em que as fendas são geradas automaticamente, sendo todo o material contínuo e caracterizado por leis constitutivas. Neste modelo em vez de se obter a fenda localizada obtém-se uma área de betão que fendilha.

A fissuração ocorre quando a tensão no betão ultrapassa o valor da sua resistência à tração, geralmente adota-se, para este efeito, o valor médio da resistência (f_{ctm}). A abertura de fendas é tratada como uma diminuição da rigidez do material nas direções das tensões principais, relacionada com a curva de amolecimento do betão (Claus, 2009). Em análises em que a tensão de resistência à tração do betão é atingida ao mesmo tempo em múltiplos elementos do modelo, podem gerar-se problemas de divergência, sendo necessário adotar estratégias de modelação para ultrapassar estes problemas. Uma estratégia consiste na introdução de pequenas fragilidades, devidamente localizadas de maneira a não condicionar demasiado o desenvolvimento da fissuração. Estas consistem em pequenas alterações nas leis constitutivas dos EF de betão, facilitando o cálculo numérico e o processo de desenvolvimento da fissuração.

Existem várias variantes dos modelos de fendas distribuída, podendo a fenda ser fixa, mantendo a orientação desde a abertura da primeira fenda até ao final da análise, ou rotativa, onde a fenda vai seguir a orientação da tensão principal. O modelo de fissuração usado nesta dissertação vai ser o modelo de extensão total com fendas rotativas.

Os modelos de extensão total descrevem o comportamento sobre tração e compressão do material através de uma relação entre o vetor tensão e o vetor extensão. No que se refere ao coeficiente de Poisson, é necessário utilizar um modelo que exprima a redução deste coeficiente após a fissuração. É utilizado um modelo DAMAGE, que diminui o coeficiente de Poisson com o aumento da perturbação no betão causada pela fissuração.

Resumindo, os modelos de extensão total de fendas são especificados no software (DIANA, 2016) através do input de dois conjuntos de propriedades:

- (i) Propriedades que caracterizam o comportamento do betão antes da fissuração/plastificação, tais como o módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, coeficiente de dilatação térmica, modelo de fluência, etc.
- (ii) Propriedades que caracterizam o comportamento após a fissuração/plastificação.

O ponto (ii) é modelado através da implementação de modelos de *Tension Stiffening* ou *Tension Softening*, modelos de comportamento à compressão e modelos para o comportamento ao corte.

O comportamento ao corte não apresenta grande importância na presente dissertação, devido ao facto de estar perante um caso de estudo onde as tensões normais prevalecem sobre as tangenciais. No entanto, quando se pretende estudar a fissuração convém ter a noção que após a abertura de uma fenda a retenção de tensões tangenciais na zona da fenda não é considerada imediatamente nula. Isto deve-se ao facto de o betão ser formado por agregados de diferentes tamanhos existindo um fenómeno de fricção devido à aspereza de ambas as facetas da fenda, sendo que a fricção tende para zero com o aumento da abertura da fenda. Assim, uma das alternativas para simular o comportamento ao corte após a fissuração é a consideração de um fator redutor β , que é aplicado ao módulo de distorção G .

O comportamento do betão à tração é modelado por modelos *Tension Softening* ou *Tension Stiffening*. Os modelos com base no *Tension Stiffening* são modelos com malhas grosseiras, isto é, com elementos finitos de comprimento considerável, normalmente compreendidos entre o comprimento de transmissão de tensões de aderência entre o aço e o betão e duas vezes este valor, sendo o efeito da aderência aço-betão incluído no modelo *Tension Stiffening* e atribuído aos elementos de betão numa área efetiva de betão previamente calculada.

O *Tension Softening* simula exclusivamente o comportamento do betão fissurado, por isso é necessário usar malhas de EF refinadas com modelos de simulação da aderência entre aço e betão, sendo à priori desconhecido o número total de fendas, a sua localização e o padrão de fissuração que irá ocorrer.

2.6.2. MODELOS COM MALHAS REFINADAS E SIMULAÇÃO EXPLÍCITA DA ADERÊNCIA AÇO-BETÃO

Para compreensão deste tipo de modelação é necessário analisar o comportamento de um elemento de betão armado durante a formação e propagação de fendas. Após a fendilhação, as tensões no betão decrescem gradualmente ao longo do comprimento de betão perturbado, com a aproximação a uma fenda. Em contrapartida, as tensões na armadura sobem substancialmente, absorvendo assim integralmente toda a força instalada no tirante na zona fissurada. Esta transmissão de força é caracterizada por modelos de aderência aço-betão. Deste modelo resulta o aparecimento de tensões tangenciais no perímetro de contacto entre o aço e o betão, devido ao deslizamento das partículas de betão em relação ao aço. Estas tensões desenvolvem-se ao longo de um comprimento de transmissão de tensões ($l_{s,max}$), sendo o comprimento máximo entre fendas ($S_{r,max}$) igual ao dobro deste ($S_{r,max} = 2 \cdot l_{s,max}$). A Fig. 2.11 representa esquematicamente este fenómeno.

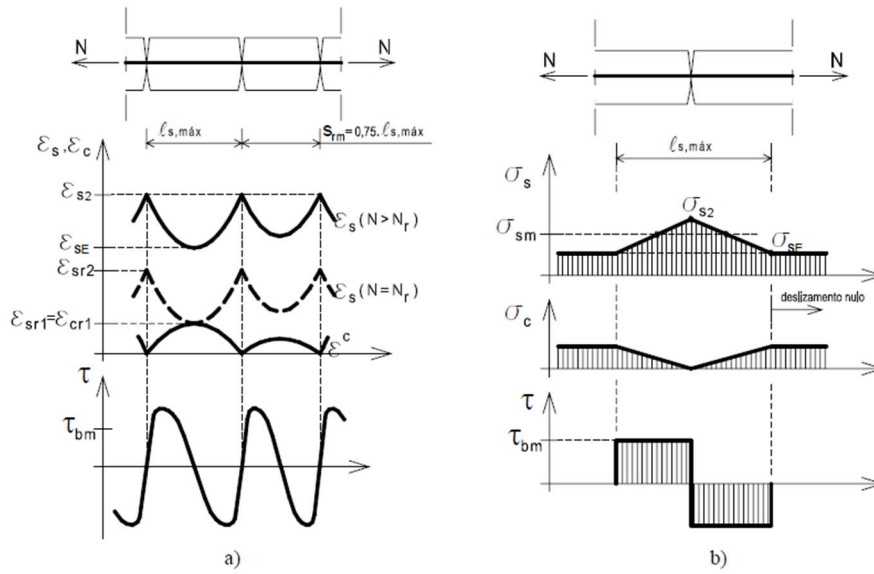


Fig. 2.11 - Aço, betão e tensões de aderência na área de fendilhação na fase de formação de fendas (Sousa, 2004).

A Fig. 2.11 (a) consiste na representação das extensões na armadura e no betão e das tensões de aderência entre estes ao longo do comprimento de um tirante com múltiplas fendas. Em (b) temos uma representação simplificada, considerando uma tensão de aderência constante ao longo do comprimento de transferência, dos valores médios das tensões na armadura, no betão e na interface, para uma única fenda.

2.6.2.1. “Tension Softening”

O betão simples desenvolve alguma capacidade de retenção de trações após fendilhar, diminuindo esta capacidade resistente com o aumento da deformação. O *Tension Softening* é a designação dada ao modelo que simula esta capacidade de retenção de tensões do betão.

Este modelo é aplicado a cada EF de betão, sendo necessário entender quais são os pressupostos básicos para uma correta modelação, aplicação e caracterização do modelo. Torna-se imprescindível entender o que é a energia de fratura e o comprimento de banda.

A energia de fratura $G_f (N.m/m^2)$ é definida como a energia necessária para propagar uma fenda por unidade de área e pode ser determinada através de testes experimentais. Na ausência de informação experimental, o MC2010 propõe a equação (2.19).

$$G_f = 73 \cdot f_{cm}^{0.18} \quad (2.19)$$

onde f_{cm} é a resistência média à compressão em MPa.

O comprimento de banda h é o comprimento para o qual a energia de fratura se propaga na abertura de fenda. Geralmente é adotado para este parâmetro o comprimento do EF.

Existem vários modelos propostos para simular o *Tension Softening*. Na Fig. 2.12 estão representados o modelo de *Tension Softening* Linear (a) e o modelo Bilinear proposto pelo MC2010 (b).

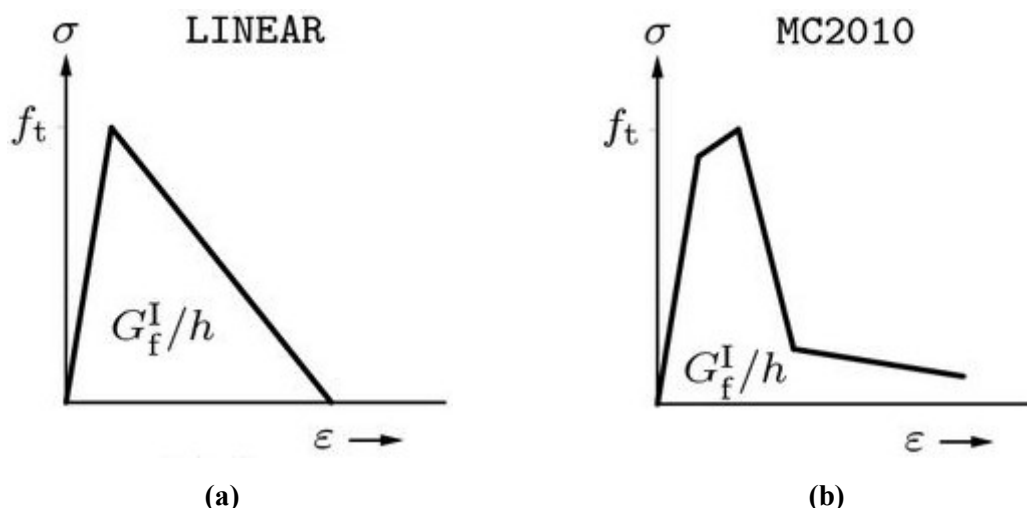


Fig. 2.12 - Tension Softening Linear (a) e Tension softening bilinear proposto pelo MC2010 (DIANA, 2016).

Na Fig. 2.12, f_t representa o valor de resistência à tração do material, G_f^I a energia de fratura e h o comprimento de banda.

O MC2010 propõe um comportamento bilinear, antes de ser atingido o valor da tensão de resistência à tração e depois de este ser atingido. A primeira modificação de comportamento acontece para uma tensão de $0.9 f_t$. Este modelo aparenta ser mais realista que o modelo linear, sendo por isso o modelo adotado na presente dissertação.

2.6.2.2. Aderência aço-betão

Os modelos de aderência aço-betão descrevem o comportamento da conexão entre a armadura e o betão (DIANA, 2016).

Existem diferentes modelos de aderência aço-betão propostos por diversos autores. Nesta dissertação vai ser usado um modelo cúbico de Dörr representado na Fig. 2.13.

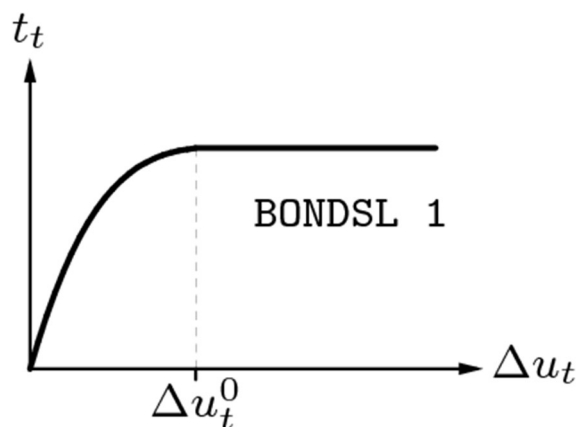


Fig. 2.13 - Modelo de aderência aço-betão, com base na função cúbica de Dörr (DIANA, 2016).

Na Fig. 2.13, t_t representa o valor da tensão tangencial e Δu_t representa o deslizamento entre o betão e armadura.

A função de Dörr, que descreve este modelo, é representada pela seguinte equação:

$$t_t = \begin{cases} c \left(5 \left(\frac{\Delta u_t}{\Delta u_t^0} \right) - 4.5 \left(\frac{\Delta u_t}{\Delta u_t^0} \right)^2 + 1.4 \left(\frac{\Delta u_t}{\Delta u_t^0} \right)^3 \right) & \text{para } 0 \leq \Delta u_t < \Delta u_t^0 \\ 1.9c & \text{para } \Delta u_t \geq \Delta u_t^0 \end{cases} \quad (2.20)$$

onde Δu_t^0 representa o deslizamento caracterizado na Fig. 2.13 e c a resistência à tração do betão.

Note-se que, o MC2010 propõe no capítulo relativo à quantificação da abertura de fendas, um modelo de aderência simplificado que consiste numa tensão de aderência constante, igual a $1.8f_{ctm}$. O modelo de aderência caracterizado pela equação (2.20) prevê uma tensão de aderência constante ligeiramente superior para deslizamentos superiores a Δu_t^0 , o que é compensado por uma tensão crescente para deslizamentos inferiores.

2.6.3. QUANTIFICAÇÃO DA ABERTURA DE FENDAS

A abertura de fendas pode ser quantificada através da relação de extensões entre o aço e o betão na zona perturbada pela fissuração.

O comprimento total da zona perturbada pela fissuração é definido como a distância correspondente a duas vezes o comprimento de transferência de tensões, uma vez que geralmente a área de betão perturbada à direita é igual à área de betão perturbada à esquerda da fenda. Na modelação em EF, o comprimento de transferência corresponde à alteração de sinal da derivada da curva da tensão do aço na zona fissurada, ou seja, à distância entre um pico máximo e um pico mínimo de tensão, para as secções à esquerda e à direita da fenda. Estes valores poderão não ser idênticos na presença de mais do que uma fissura e a precisão na sua quantificação depende do tamanho de elementos finitos adotados.

A abertura de fendas para um dado instante de tempo pode ser calculada, através da multiplicação do comprimento total da zona perturbada pela diferença entre a extensão média no aço e no betão. Se o objetivo for calcular a abertura de fendas a longo prazo, deve-se ter em conta o efeito da retração livre do betão, considerando no cálculo também a extensão de retração deste.

$$W_k = 2 \cdot l_{s,DIANA} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs}) \quad (2.21)$$

onde W_k é a abertura de fendas, $l_{s,DIANA}$ é a distância entre a qual ocorre deslizamento entre o betão e o aço, ε_{sm} é a extensão média do aço ao longo do comprimento $l_{s,DIANA}$, ε_{cm} é a extensão média do betão ao longo do comprimento $l_{s,DIANA}$ e ε_{cs} é a extensão de retração livre (após fissuração) do betão.

No anexo A4 encontra-se disponível a formulação proposta pelo MC2010 e EC2.

3

CARACTERIZAÇÃO DAS ESTRUTURAS ANALISADAS E DOS MODELOS DE EF UTILIZADOS

3.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se caracterizar as várias estruturas analisadas, os seus materiais e os modelos de EF usados.

São analisados três tirantes com geometrias diferentes, sendo realizadas análises considerando duas quantidades de armadura diferentes, para avaliar a influência da quantidade de armadura sobre a resposta do tirante. A primeira quantidade considerada é a prevista pelo EC2 para evitar a plastificação da armadura no tirante, após a fissuração. A segunda quantidade considerada é 30% superior à primeira.

A estratégia de análise adotada exige que seja necessário fazer uma análise prévia dos fenómenos de calor de hidratação e da evolução dos campos de humidade e posteriormente incorporar os resultados na análise mecânica.

O betão utilizado nesta dissertação é aquele que foi caracterizado em (Azenha et al., 2017). Corresponde a um betão da classe C30/37 com a composição da mistura apresentada na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Propriedades da mistura do betão usadas na corrente dissertação.

| Constituinte | kg m ⁻³ |
|---------------------|--------------------|
| Areia média (rio) | 786 |
| Areia fina | 245 |
| Brita 6/14 | 417 |
| Brita 14/20 | 478 |
| CEM II 42.5R | 280 |
| Cinzas volantes | 40 |
| Água | 143 |
| Super-plastificante | 6 |

Sempre que necessário recorre-se à formulação do MC2010 para completar a caracterização das propriedades do betão.

3.2. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS, AÇÕES E FASEAMENTO CONSTRUTIVO

O valor da espessura de um elemento de betão armado a partir do qual este deve ser considerado espesso, não é um conceito objetivo. Uma abordagem possível consiste em considerar como elemento espesso aquele onde a distribuição não-linear de tensões ao longo da sua espessura afeta de forma importante a sua resposta estrutural. De maneira a analisar a influência da espessura do elemento nos resultados, decidiu-se analisar nesta dissertação três tirantes com diferentes dimensões. Um tirante com uma espessura pequena e usual T250, um tirante com uma espessura média T500 e um tirante de maior espessura T1000. O comprimento dos tirantes foi definido de maneira a permitir o processo de formação de várias fissuras ao longo deste e possibilitar a análise da evolução temporal dos parâmetros que caracterizam a fissuração sem implicar tempos de análise excessivos. O resumo das características geométricas dos três casos de estudo é apresentado na tabela seguinte.

Tabela 3.2 - Características geométricas dos tirantes analisados.

| <i>Tirante</i> | <i>h (mm)</i> | <i>b (mm)</i> | <i>L (mm)</i> |
|----------------|---------------|---------------|---------------|
| T250 | 250 | 1000 | 2000 |
| T500 | 500 | 1000 | 2000 |
| T1000 | 1000 | 1000 | 4000 |

Na análise são utilizados modelos de EF de estado plano de tensão, simulando uma estrutura com um metro de espessura. Esta encontra-se totalmente restringida nas suas extremidades desde a betonagem, o que no modelo traduz-se pelo bloqueamento de todas as translações segundo o eixo horizontal do tirante, sendo as translações verticais bloqueadas unicamente ao nível do eixo médio do tirante. A armadura foi dividida pelas duas faces em contacto com o ambiente exterior, sendo colocada a uma distância de 50 milímetros, medidos entre o centro geométrico da armadura de cada face e a superfície em contacto com exterior.

A Fig. 3.1 representa a esquematização do corte de um tirante com as propriedades geométricas generalizadas. A espessura b representada na Tabela 3.2 é ortogonal ao plano representado na Fig. 3.1.

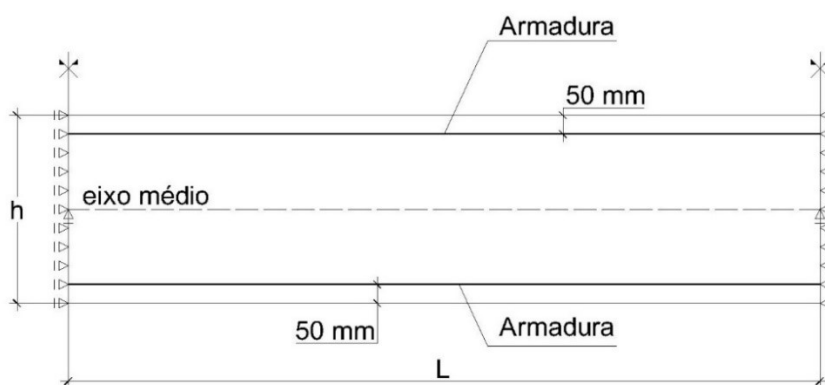


Fig. 3.1 - Representação esquemática da geometria dos tirantes.

A primeira quantidade de armadura considerada na análise de cada tirante, é quantificada através da equação (3.1), proposta pelo EC2, considerando $\sigma_s = 500 \text{ MPa}$ (tensão de cedência da armadura). Trata-se, portanto, da quantidade de armadura prevista por este código de projeto, para evitar a plastificação da armadura após a fissuração e, assim, evitar a formação de uma fenda de grande abertura. Nesta dissertação, designa-se esta quantidade de armadura por $A_{s,min}$.

$$A_{s,min} \cdot \sigma_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \quad (3.1)$$

Na equação anterior A_{ct} é a área de betão tracionado, σ_s é a tensão na armadura, $f_{ct,eff}$ é o valor médio da resistência do betão à tração à data que se prevê que se possam formar as primeiras fendas, (admita-se $f_{ct,eff} = f_{ctm}$), k é o coeficiente que tem em conta o efeito das tensões não uniformes auto-equilibradas, do qual resulta uma redução dos esforços de coação (Fig. 3.2) e k_c é o coeficiente que tem em conta a distribuição das tensões na secção, imediatamente antes da fendilhação ($k_c = 1$ para tração simples).

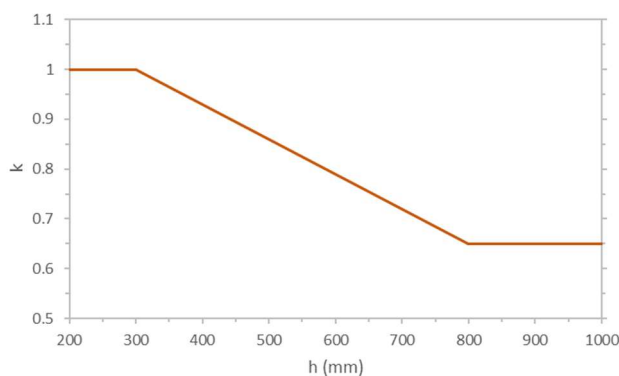


Fig. 3.2 - Variação do coeficiente k com a espessura da alma.

Para cada tirante é realizada uma segunda análise considerando uma quantidade de armadura 30% superior à primeira. Esta segunda quantidade é, portanto, a que é fornecida pela equação (3.1) considerando uma tensão $\sigma_s = 500/1.3 = 384.6 \text{ MPa}$. Na Tabela 3.3, a quantidade de armadura de armadura utilizada em cada análise é identificada pelo índice inferior 1 ou 2.

Tabela 3.3 - Armadura e perímetro para cada caso de estudo.

| Tirante | Diâmetro (mm) | Afastamento livre entre varões (m) | Armadura por metro ($\text{cm}^2/\text{m}/\text{face}$) | Perímetro por metro ($\text{mm}/\text{m}/\text{face}$) |
|-----------|---------------|------------------------------------|---|--|
| $T250_1$ | 10.08 | 0.100 | 7.25 | 287.68 |
| $T500_1$ | 13.42 | 0.100 | 12.47 | 371.70 |
| $T1000_1$ | 16.74 | 0.100 | 18.85 | 450.46 |
| $T250_2$ | 11.57 | 0.100 | 9.43 | 325.80 |
| $T500_2$ | 15.44 | 0.100 | 16.21 | 420.09 |
| $T1000_2$ | 19.29 | 0.100 | 24.51 | 508.07 |

O diâmetro da armadura considerado em cada caso foi fixado considerando que o afastamento livre entre varões é, em todos os casos igual a 0.100 metros. Obtém-se deste modo os diâmetros apresentados na Tabela 3.3, que são diâmetros fictícios, mas com valores próximos daqueles que poderiam ser os diâmetros de varões reais a adotar em lajes com as espessuras consideradas.

As ações a ser consideradas nesta dissertação são o calor de hidratação que ocorre nos primeiros dias de vida do elemento e a retração (maioritariamente de secagem, ver capítulos 2.4.2 e 3.3.2) que se inicia após a descofragem do elemento até à secagem total deste. Estas ações vão ser estimadas através de análises termo-higrométricas em provetes com as mesmas características de fronteira e o mesmo faseamento construtivo que as análises mecânicas.

A duração da análise é estabelecida tendo em consideração as ações consideradas, sendo por isso, devido à diferença de espessuras entre os três casos de estudo abordados, um tempo total de análise de 10 anos para o tirante T250 e um tempo total de análise de 50 anos para os tirantes T500 e T1000.

O faseamento construtivo consiste na remoção da cofragem 7 dias depois do início da análise mecânica. A Fig. 3.3 representa duas escalas de tempo, onde a primeira é representado o tempo $(t - t_0)$ da equação (2.3), para o desenvolvimento do módulo de elasticidade e a segunda é a escala de tempo das análises mecânicas, realizadas no software DIANA.

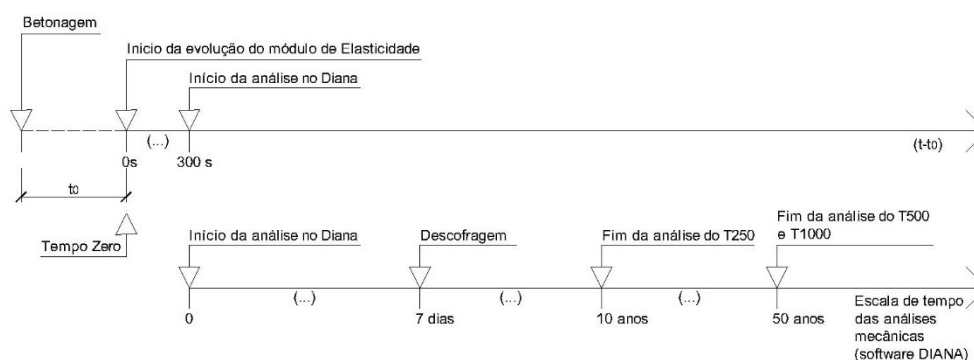


Fig. 3.3 - Faseamento construtivo, aplicação de ações e escalas de tempo, o módulo de elasticidade e as análises dos tirantes.

A análise mecânica tem início quando $(t - t_0) = 300 \text{ s}$, conforme se mostra na Fig. 3.3. Isto é, inicia-se ligeiramente (5 minutos) após o Tempo Zero, porque se tivesse início exatamente no instante designado por Tempo Zero, o módulo de elasticidade do betão (regido pela equação (2.3)) seria nesse mesmo instante igual a zero, o que por razões de calculo numérico não é possível.

3.3. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E CONDIÇÕES AMBIENTAIS

Neste capítulo vão ser apresentadas as propriedades dos materiais e as condições ambientais para cada tipo de análise.

3.3.1. ANÁLISES TÉRMICAS

As análises térmicas seguem a teoria apresentada resumidamente no subcapítulo 2.5. A condutibilidade térmica (k) e o calor específico (ρc) são estimados com base numa média ponderada das correspondentes propriedades térmicas e dos diversos componentes da mistura (Tabela 3.1). O

coeficiente de dilatação térmica usado foi o mais plausível para o tipo de agregados usados (graníticos), o proposto pelo MC2010 para o betão (α_c) e para o aço (α_s).

A tabela seguinte resume as propriedades térmicas usadas.

Tabela 3.4 - Propriedades térmicas (Azenha et al., 2017).

| Propriedades | Valor |
|-----------------------|--------------------------------------|
| ρc | $2400 \text{ kJm}^{-3}\text{K}^{-1}$ |
| k | $2.6 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ |
| $\alpha_c = \alpha_s$ | $10^{-5} / ^\circ\text{C}$ |

As características do ambiente exterior foram simuladas numa câmara climática em (Azenha et al., 2017), sendo adotado um coeficiente de convecção e radiação $h_{cr} = 10.0 \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-1}$ para a fase de contacto livre com o ambiente exterior e $h_{cr,cofragem} = 5 \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-1}$, para quando o betão se encontra cofrado. A temperatura exterior é mantida constante a 20°C ao longo de toda a análise.

A taxa de geração de energia (\dot{Q}) é simulada através da função de Arrhenius (equação (2.15)). O calor gerado na mistura por massa de cimento é representado por Q_{inf} . Os valores adotados para a energia de ativação (E_a), a constante universal dos gases perfeitos (R), a constante proporcional á máxima taxa de geração de calor (A_T) e a energia gerada por massa de cimento (Q_{inf}) são apresentados na seguinte tabela.

Tabela 3.5 - Propriedades da geração de energia (Azenha et al., 2017).

| Propriedades | Valor |
|--------------|------------------------------------|
| E_a | 38.38 kJ/mol |
| R | 8.314 J/mol K |
| A_T | $2.645 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ |
| Q_{inf} | 355 200 J/kg |

A Fig. 3.4 ilustra a função de geração de calor ($f(\alpha_T)$).

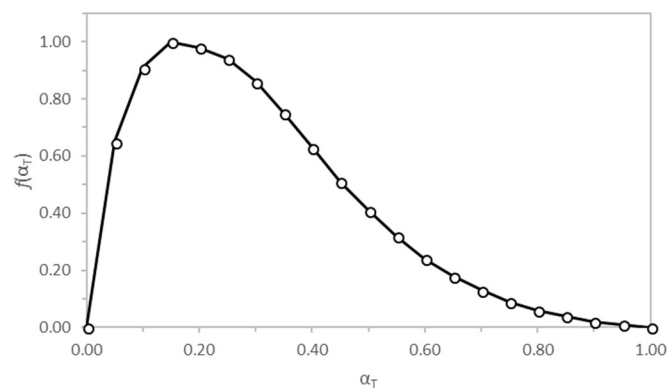


Fig. 3.4 - Função $f(\alpha_T)$ usada na presente dissertação (Azenha et al., 2017).

3.3.2. ANÁLISES HIGROMÉTRICAS

A simulação da difusão da água é um processo complexo que requer uma análise experimental muito lenta conduzindo a resultados cuja validação é, ainda hoje, escassa. Desta maneira, para simular os campos de humidade é usado um modelo de difusão numa única direção baseado na equação (2.9) e no modelo de transferência na fronteira (equação (2.11)). Os valores adotados, para os diferentes parâmetros que caracterizam este comportamento, foram ajustados com base nos resultados experimentais para três amostras diferentes, obtidos em (Azenha et al., 2017) e representados na Fig. 3.5.

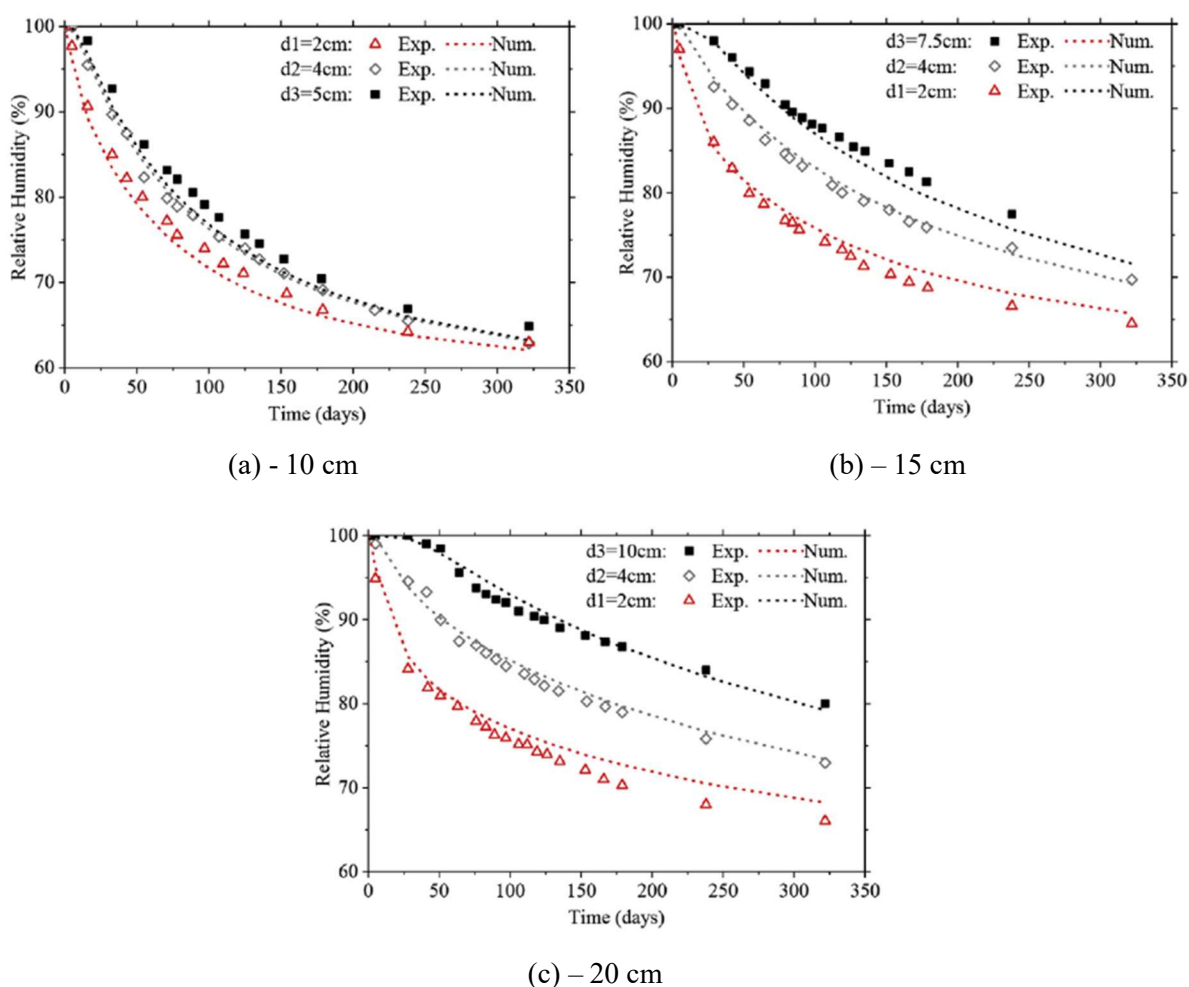


Fig. 3.5 – Resultados experimentais para as amostras com espessura de 10 cm, 15 cm e 20 cm respetivamente (Azenha et al., 2017).

O ajuste numérico é feito seguindo os seguintes critérios:

- Os valores de n e H_c foram obtidos conforme os resultados apresentados em (Kim e Lee, 1998).
- Os valores de h_m , D_1 e α_h foram obtidos de maneira a ajustar os resultados à curva experimental segundo os critérios (Kim e Lee, 1998) e do MC2010.

A Tabela 3.6 representa o resumo dos parâmetros usados.

Tabela 3.6 - Propriedades higrométricas (Azenha et al., 2017).

| Propriedades | Valores |
|--------------|---|
| n | 2 |
| H_c | 0.8 |
| h_m | $4.81 \times 10^{-8} \text{ m.s}^{-1}$ |
| D_1 | $3.08 \times 10^{-10} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ |
| α_h | 0.0967 |

A amostra encontra-se inicialmente saturada ($H_{surf} = 1$), sendo a humidade relativa exterior constante ($H_{env} = 0.60$) ao longo de toda a análise.

A variação da humidade nos poros ao longo da espessura pode ser relacionada com a retração local. Para estabelecer esta relação é usada a metodologia apresentada no capítulo 2.4.2. A caracterização experimental foi realizada em (Azenha et al., 2017) medindo a retração em pasta de cimento, para diferentes valores da humidade relativa. A correspondente relação local do betão foi obtida recorrendo a um modelo de homogeneização. Os resultados foram validados por confrontação com as medições feitas nos prismas de betão referidos na Fig. 3.5. A Fig. 3.6 apresenta uma relação entre os resultados experimentais obtidos por (Azenha et al., 2017) e várias formulações propostas por diversos autores.

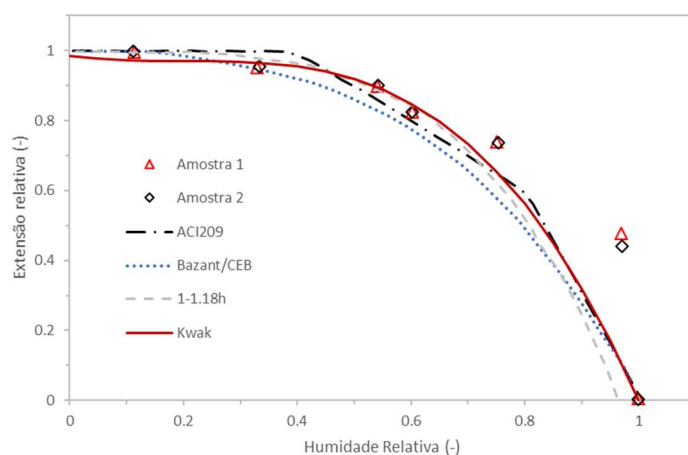


Fig. 3.6 - Extensão de retração em função da humidade relativa, com representação de resultados obtidos por outros autores (Gardner, 2000), adaptado de (Azenha et al., 2017).

É necessário definir a equação de Kwak (2.12) a aplicar na presente dissertação. Estes valores podem ser obtidos recorrendo a ensaios de retração de prismas de betão ou, alternativamente, recorrendo a ensaios de retração de pastas de cimento e ao modelo de homogeneização de Hanse apresentado no anexo A3.

O resultado final por extrapolação dos resultados em prismas de betão testados em (Azenha et al., 2017) é $\varepsilon_{sh,c,ult} = 530 \mu\epsilon$. O valor obtido pela formulação de Hanse é $\varepsilon_{sh,c,ult} = 539 \mu\epsilon$, sendo este o valor adotado nesta dissertação.

A variação de extensão devido à retração quando o processo de secagem estiver terminado, ou seja, a humidade do elemento (H) for igual a humidade do ambiente ($RH = 60\% \rightarrow H = 0.60$) é então

$\varepsilon_{sh,c,ult} = 539 \mu\varepsilon$. Introduzindo esta informação na equação (2.12), determina-se o valor de $\varepsilon_{sh,c,ult}^*$ a usar nesta dissertação, que é, portanto $\varepsilon_{sh,c,ult}^* = 635.074 \times 10^{-6}$. O parâmetro a usar na equação (3.2) fica assim caracterizado:

$$\Delta\varepsilon_{sh} = 635.074 \times 10^{-6} \cdot [0.97 - 1.895 \cdot (H - 0.2)^3] \quad (3.2)$$

A Fig. 3.7 representa a evolução da retração em função da humidade dada pela equação (3.2).

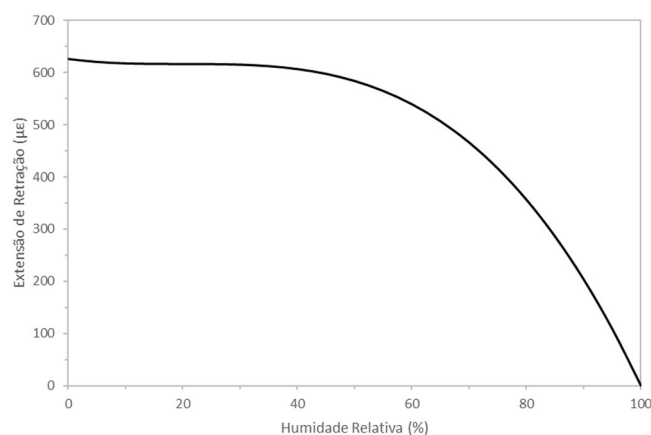


Fig. 3.7 - Equação de Kwak adotada na presente dissertação.

Na Fig. 3.7 os valores da retração que têm interesse na presente dissertação, encontram-se no intervalo de humidade entre 60% a 100%, sendo a curva representada para valores inferiores irrelevante no presente estudo e serve apenas para ilustrar o desenvolvimento da equação de terceiro grau.

3.3.3. ANÁLISES MECÂNICAS

Para a classe de betão e o tipo de cimento utilizado nesta dissertação, os valores para o peso volúmico do betão (γ_c), o coeficiente de Poisson do betão não fissurado (ν), a resistência média à compressão (f_{cm}), a resistência média à tração (f_{ctm}) e a energia de fratura (G_f) são os recomendados pelo MC2010. Os valores destes parâmetros encontram-se representados na tabela seguinte:

Tabela 3.7 - Propriedades mecânicas.

| Tipo de Betão | Propriedades | Valores |
|---|--------------|----------------------------|
| Betão classe C30/37, Com 280 kg/m ³ de CEM I 42.5R | γ_c | 25 kN m ⁻³ |
| | ν | 0.2 |
| | f_{cm} | 38 MPa |
| | f_{ctm} | 2.9 MPa |
| | G_f | 0.1405 kN.m/m ² |

Após a fissuração são aplicados os modelos apresentados no capítulo 2. O coeficiente de Poisson é afetado por uma função DAMAGE implementada no software DIANA que reduz o valor deste para zero com o aumento da extensão de fissuração. O modelo de *Tension softening* adotado é o modelo proposto pelo MC2010 (Fig. 2.12 - (b)).

A evolução do módulo de elasticidade regida pela equação (2.3), encontra-se representado na Fig. 3.8 em função do tempo de análise do DIANA.

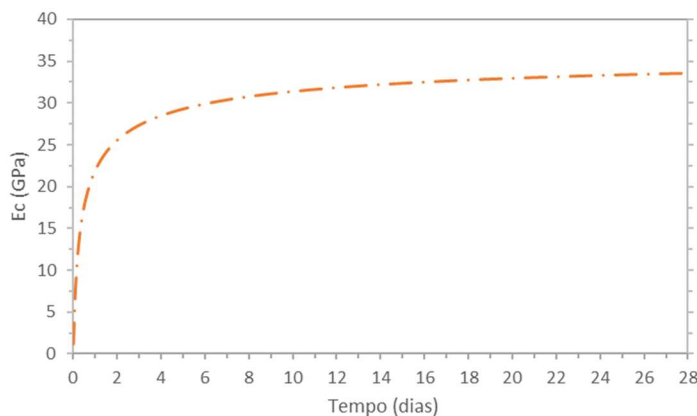


Fig. 3.8 - Módulo de elasticidade.

A fluência foi simulada através de uma cadeia de Kelvin. As propriedades dos elementos da cadeia são determinadas automaticamente pelo software DIANA, através do ajuste à curva de fluência prevista no MC2010, sendo usados no total 10 elementos de Kelvin.

O aço usado é da classe S500. O valor característico da tensão de cedência deste tipo de aço é $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$. Nas análises mecânicas efetuadas não é considerado, no entanto, qualquer modelo de plastificação da armadura, pois a tensão de cedência nunca é atingida. Assim, o aço é modelado com um comportamento elástico-linear com o módulo de elasticidade constante $E_s = 200 \text{ GPa}$.

3.4. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA AS ANÁLISES TERMO-HIGROMÉTRICAS

As análises termo-higrométricas são realizadas através de um software desenvolvido em matlab por (Azenha, 2009). O input de resultados é obtido através da modelação geométrica recorrendo-se ao pré-processador do DIANA, do qual se obtém um ficheiro do tipo “.dat” com os dados geométricos do modelo. Este ficheiro é editado de maneira a introduzir as propriedades termo-higrométricas dos EF que modelam o sólido e as fronteiras. É criado um ficheiro de lista de comandos com os incrementos de tempo a ser analisados. As funções de geração de calor, bem como a lei de variação da retração (3.2) são introduzidas como dados. O software realiza para cada incremento de tempo iterações até atingir o critério de convergência. O output de resultados engloba um ficheiro de pós-processamento gráfico e um ficheiro com duas tabelas de resultados, uma com as variações de temperatura devido ao conjunto das ações e outra com um ajuste de tempo (maturidade). Estes resultados são posteriormente aplicados a cada camada de nós compatíveis do modelo mecânico (à mesma profundidade). A tabela da maturidade é desprezada.

A malha de EF usada é de $25 \times 25 \text{ mm}^2$ de maneira a ser idêntica à das análises mecânicas. A modelação geométrica foi efetuada através de quatro elementos finitos sólidos do tipo HX8HT, elemento isoparamétrico de oito nós que permite a simulação das transferências de energia. Para simular as

fronteiras do elemento é colocada uma camada de quatro elementos finitos do tipo BQ4HT, elemento isoparamétrico de quatro nós, nas extremidades superior e inferior do provete.

A Fig. 3.9 representa a modelação geométrica do provete termo-higrométrico para o tirante T250.

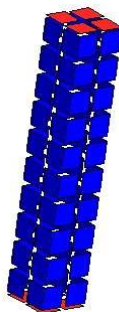


Fig. 3.9 - Esquema do provete das análises termo-higrométricas.

Os elementos a azul representam os elementos sólidos e os elementos a vermelho são os que simulam as condições de fronteira. A difusão da água e a condução do calor seguem a direção ortogonal aos elementos a vermelho, sendo este um problema de fluxo unidirecional em que todos os nós à mesma distância da superfície têm os mesmos resultados termo-higrométricos.

A modelação podia ser simplificada usando unicamente uma coluna de elementos finitos e considerando os efeitos de simetria a meio do provete, diminuindo substancialmente o tempo das análises termo-higrométricas. Porém a análise sem a consideração destes efeitos permite uma deteção rápida de possíveis erros de modelação ou de condições de fronteira, sendo que perante o presente estudo, o tempo de análise é relativamente aceitável, de maneira que não é estritamente necessário recorrer a simplificações na modelação.

A modelação dos provetes para as análises dos tirantes T500 e T1000 é idêntica à esquematizada na Fig. 3.9, diferindo unicamente na espessura do elemento, ou seja, no número de elementos finitos usados entre as fronteiras representadas a vermelho.

O output principal, em valores tabelados, da análise termo-higrométrica é uma temperatura equivalente em cada nó. Essa temperatura equivalente é a soma da temperatura real (resultante do processo de hidratação do cimento) com uma temperatura fictícia equivalente à extensão de retração. Assim, nos resultados tabelados, não existe distinção entre os efeitos de cada uma dessas ações (essa distinção pode ser visualizada unicamente através da representação gráfica dos resultados através de mapas de isoníveis). Por isso, é realizada uma segunda análise, exclusivamente térmica, ou seja, onde apenas é considerado o efeito da hidratação cimento. Este output permite obter o efeito do calor de hidratação do betão na armadura e calcular a retração no betão para cada camada de nós, através da diferença entre as variações de temperatura obtida em ambas as análises. Devido ao calor de hidratação do cimento ocorrer exclusivamente nos primeiros dias da vida do elemento, esta segunda análise é efetuada apenas para uma duração de um mês.

As ações a aplicar na armadura são as correspondentes aos resultados obtidos na análise exclusivamente térmica para os nós à profundidade da armadura.

3.5. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA AS ANÁLISES MECÂNICAS

As análises mecânicas são realizadas recorrendo ao software DIANA. É usado um modelo de estado plano de tensão constituído por elementos finitos de casca para simular o betão, de barra para simular a

armadura e de interface para simular a aderência entre o betão e o aço. O DIANA permite a simulação dos modelos de aderência entre o aço e o betão através de modelos especiais de armadura embebida com deslizamento, que simplificam o trabalho de modelação, uma vez que a geração dos elementos de interface (aos quais são atribuídos os modelos de aderência aço-betão) é realizada automaticamente. Porém, na versão atual deste software, não é possível atribuir a estes elementos especiais de armadura embebida uma temperatura diferente da temperatura no betão envolvente. Ora, na presente dissertação, é necessário atribuir temperaturas diferentes à armadura e ao betão envolvente. Isto porque, a retração é simulada através de uma temperatura equivalente atribuída ao betão. Assim, foi necessário simular a armadura através de EF de treliça e usar elementos de interface para simular a aderência aço-betão.

Para caracterizar os elementos de betão utilizam-se EF de casca com quatro nós do tipo Q8MEM sendo aplicada uma integração com 2×2 pontos de Gauss e uma interpolação linear. Para os elementos de armadura usam-se EF de treliça com dois nós do tipo L2TRU. Para os elementos de interface usam-se EF do tipo L8IF, sendo aplicada uma integração com 2 pontos de Newton-Cotes (DIANA, 2016).

A Fig. 3.10 representa os diferentes tipos de EF usados.

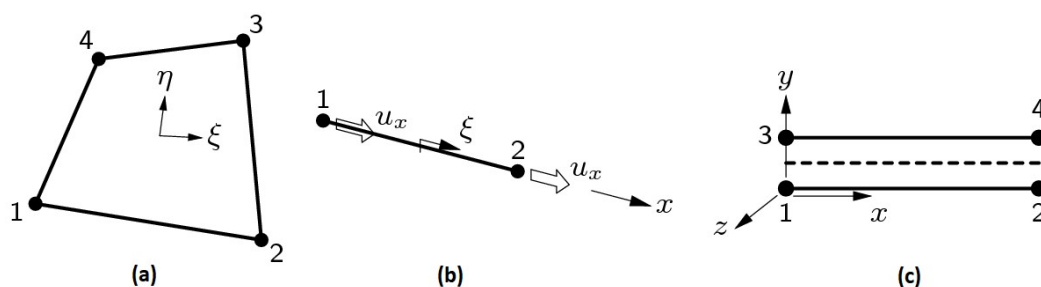


Fig. 3.10 - Diferente tipo de elementos finitos usados: (a) Q8MEM, (b) L2TRU e (c) L8IF (DIANA, 2016).

Para todas as análises é considerada uma malha de EF com comprimento de 25 mm para os elementos de barra, 25 mm para os elementos de interface e $25 \times 25 \text{ mm}^2$ para os elementos de casca.

Na generalidade das análises é usado o método iterativo secante BFGS, com um máximo de 250 iterações, sendo a convergência alcançada para uma variação de energia inferior a 1×10^{-4} .

São considerados os efeitos de simetria horizontal ao nível do eixo médio do tirante de maneira a diminuir o tempo de análise mecânica. Com o objetivo de conferir se o comprimento do tirante interfere nos resultados obtidos, foram realizadas análises mecânicas dos tirantes com 500 mm de espessura considerando dois comprimentos diferentes: 2 metros, conforme é apresentado na Tabela 3.2; 4 metros, para avaliar a resposta de um tirante com maior comprimento.

A Fig. 3.11 representa o modelo base para as análises dos três tirantes.

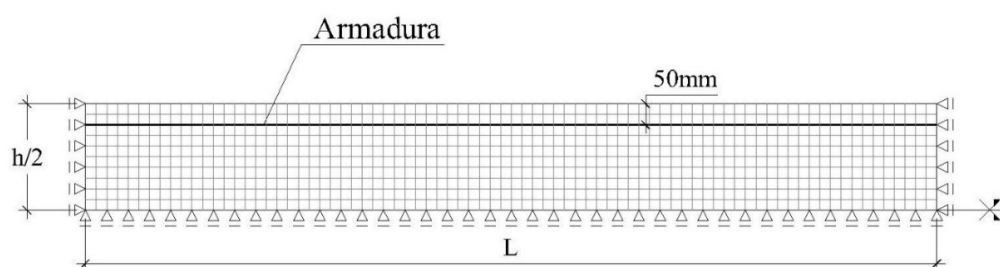


Fig. 3.11 - Modelo de elemento finitos para as análises mecânicas

A armadura nos três tirantes é colocada a uma distância de 50 mm da face exterior. Na Fig. 3.11 está representada a malha do tirante T500, porém através da substituição dos valores $h/2$ e L pelos valores representados na Tabela 3.2, mantendo o tamanho dos elementos finitos de $25 \times 25 \text{ mm}^2$, consegue-se obter os modelos dos três tirantes.

Ao longo do alinhamento da armadura, existem nós dos EF da armadura e nós dos elementos de betão, sendo necessário bloquear ambos os nós extremos segundo a direção horizontal em ambas as extremidades do tirante.

É necessário adotar colunas com elementos finitos ligeiramente mais frágeis para facilitar o processo de convergência após a fissuração. Sem estes elementos, surgiria dificuldade de convergência, isto porque a fissuração ocorreria em simultâneo em muitos pontos de integração. Esta fissuração simultânea é uma consequência da uniformidade da estrutura e das ações aplicadas. Os elementos mais frágeis seguem as mesmas leis constitutivas e propriedades dos materiais estabelecidas anteriormente para os elementos de betão, diferindo exclusivamente na resistência média à tração, $f_{ctm} = 2.755 \text{ MPa}$, que é, portanto, 5% inferior.

A Fig. 3.12 representa a distribuição dos elementos frágeis ao longo do comprimento e espessura do tirante.

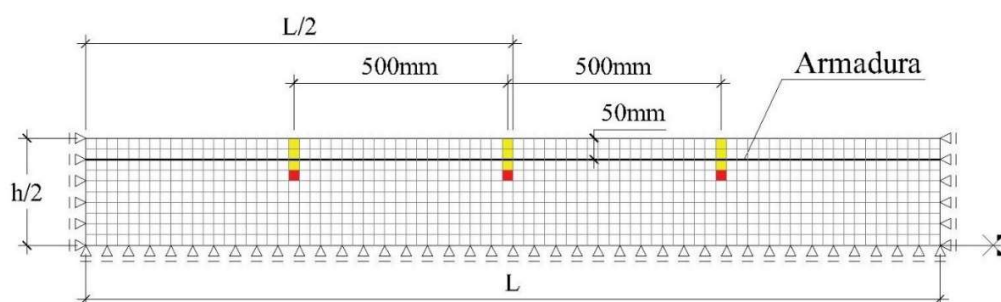


Fig. 3.12 – Representação dos elementos mais frágeis considerados na modelação dos tirantes.

Em todas as análises é considerada uma distância mínima entre as colunas de elementos finitos mais frágeis de 500 mm. No T250 são considerados unicamente três elementos finitos por coluna de elementos frágeis representados na Fig. 3.12 a amarelo, enquanto que nos tirantes T500 e T1000 são considerados quatro elementos finitos por coluna de elementos frágeis, correspondente aos três elementos a amarelo mais o elemento a vermelho.

Todas as análises mecânicas são fundamentadas neste pressuposto, podendo existir três estratégias de modelação diferentes:

- (i) Unicamente uma coluna à distância $L/2$.
- (ii) As três colunas representadas na Fig. 3.12.
- (iii) No caso do T1000, seis colunas de elementos finitos mais frágeis que distam 500 mm de coluna para coluna.

Na apresentação dos resultados do capítulo 5 é referida qual a estratégia que conduziu aos melhores resultados para cada análise efetuada.

Os steps de tempo considerados nas análises tiveram em conta a evolução da temperatura devida ao calor de hidratação do cimento e da retração de secagem ao longo de toda a análise THM, seguindo um ajuste racional dos intervalos de tempo de maneira a facilitar a análise final do output de resultados.

São adotados 200 incrementos de 108 segundos, 50 incrementos de 4752 segundos, 40 incrementos de 6912 segundos, 8 incrementos de 7680 segundos, 1 incrementos de 7679 segundos, 1 incrementos de 1 segundo, 4 incrementos de 3600 segundos, 16 incrementos de 4500 segundos, 82 incrementos de 86400 segundos, 60 incrementos de 172800 segundos, 37 incrementos de 352421 segundos, 1 incrementos de 374023 segundos, 100 incrementos de 631152 segundos e no caso do T250, 84 incrementos de 2629800 segundos ou no caso do T500 e T1000, 564 incrementos de 2629800 segundos.

Em resumo, 300 incrementos correspondem a 7 dias de análise, 320 incrementos correspondem a 8 dias de análise, 402 incrementos correspondem a 90 dias de análise, 500 incrementos correspondem a 1 ano de análise, 600 incrementos correspondem a 3 anos de análise, 684 incrementos correspondem a 10 anos de análise e 1164 incrementos correspondem a 50 anos de análise.

4 RESULTADOS DAS ANÁLISES TERMO-HIGROMÉTRICAS

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados das análises termo-higrométricas para os três provetes analisados. As análises são realizadas através de um software em matlab, sendo depois pós-processadas e analisadas com recurso ao software iDIANA. Os incrementos de tempo considerados são iguais aos das análises mecânicas, permitindo assim a total compatibilidade entre os diferentes tipos de análise. As propriedades dos materiais e as características dos modelos usados são as apresentadas no capítulo 3.3.1, 3.3.2 e 3.4.

4.2. ANÁLISE TÉRMICA

A Fig. 4.1 representa os resultados da análise térmica para o provete de 250 mm de espessura.

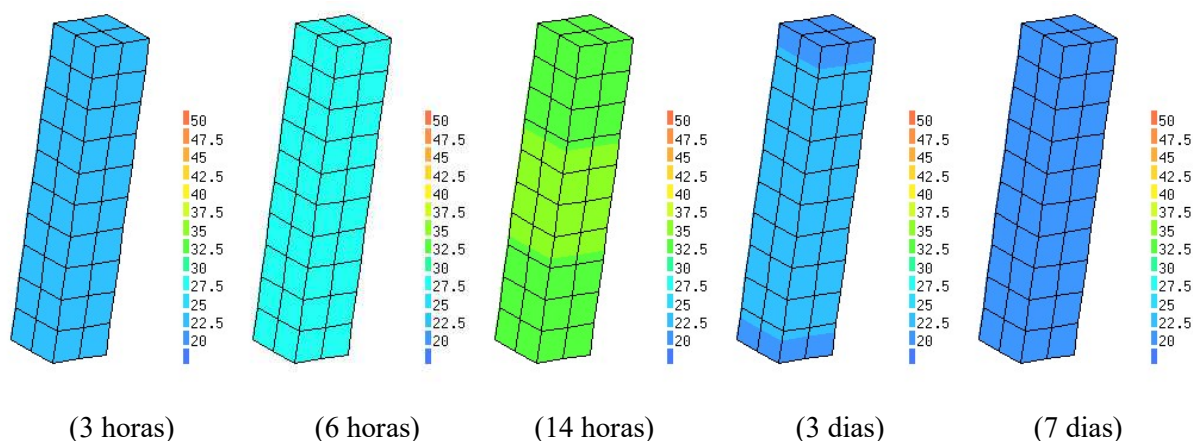


Fig. 4.1 - Resultados da análise térmica para o provete de 250 mm de espessura.

A temperatura máxima é atingida 14 horas após o início da análise no núcleo do tirante e corresponde a 35.2 °C.

A Fig. 4.2 representa a evolução da temperatura ao longo das primeiras 24 horas (a) e ao longo dos primeiros 10 dias (b), para várias camadas de EF com a distância medida em relação à faceta exterior.

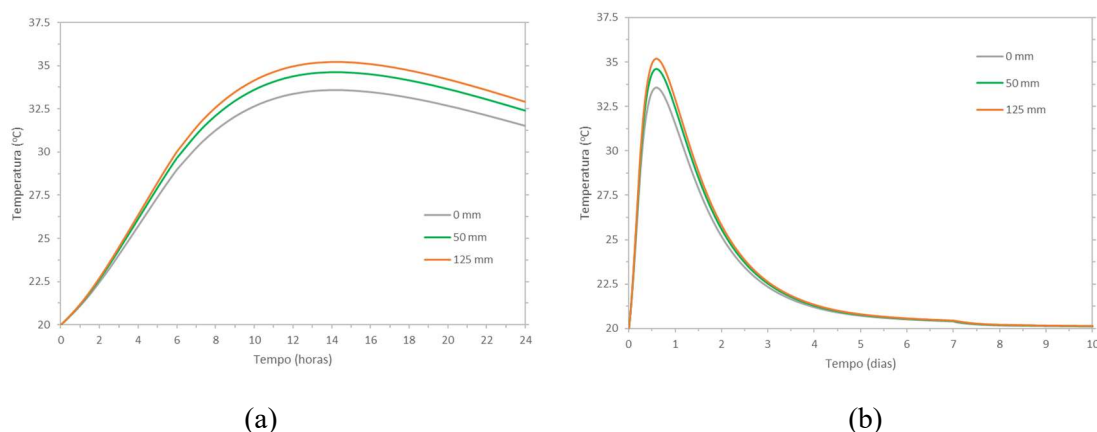


Fig. 4.2 - Resultados da evolução da temperatura para o provete de 250 mm em diferentes nós: (a) ao longo de um dia e em (b) ao longo de 10 dias.

É possível visualizar que para o provete de 250 mm a variação de temperatura entre o núcleo e a face exposta é cerca de 2°C, valor que pode ser desprezado. A variação máxima de temperatura que ocorre na análise é de aproximadamente 15°C.

A Fig. 4.3 representa os resultados da análise térmica para o provete de 500 mm de espessura.

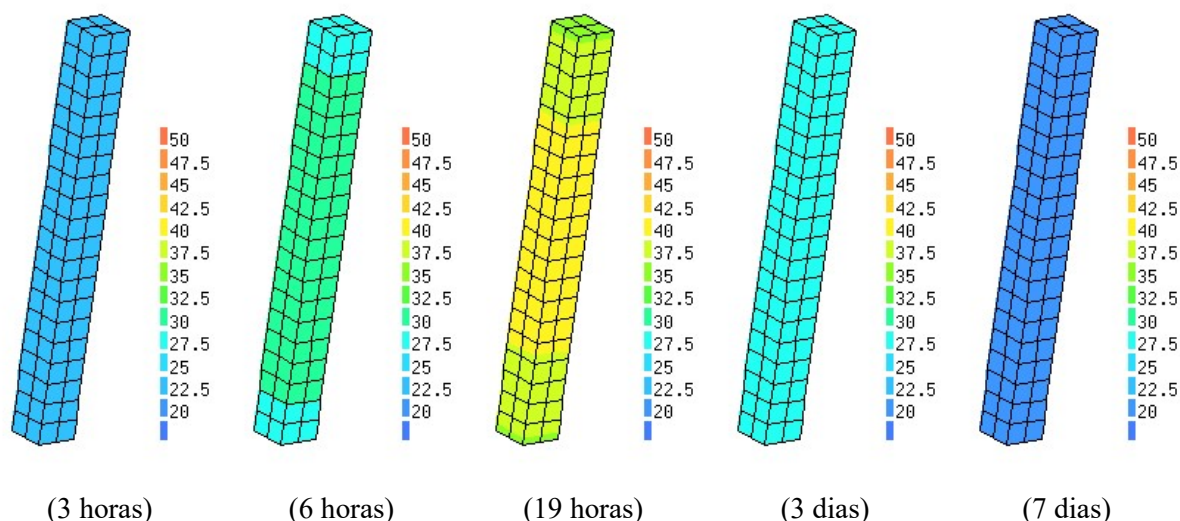


Fig. 4.3 - Resultados da análise térmica para o provete de 500 mm de espessura.

As temperaturas máximas neste provete ocorrem às 19 horas de análise e chegam a atingir a temperatura de 41.3 °C no núcleo do provete.

A variação entre a temperaturas à superfície e as temperaturas no núcleo do provete é de cerca de 4°C.

A Fig. 4.4 representa a evolução da temperatura ao longo das primeiras 24 horas (a) e ao longo dos primeiros 12 dias (b). As transferências de calor entre o provete e o ambiente exterior são mais demoradas que as do tirante de 250 mm.

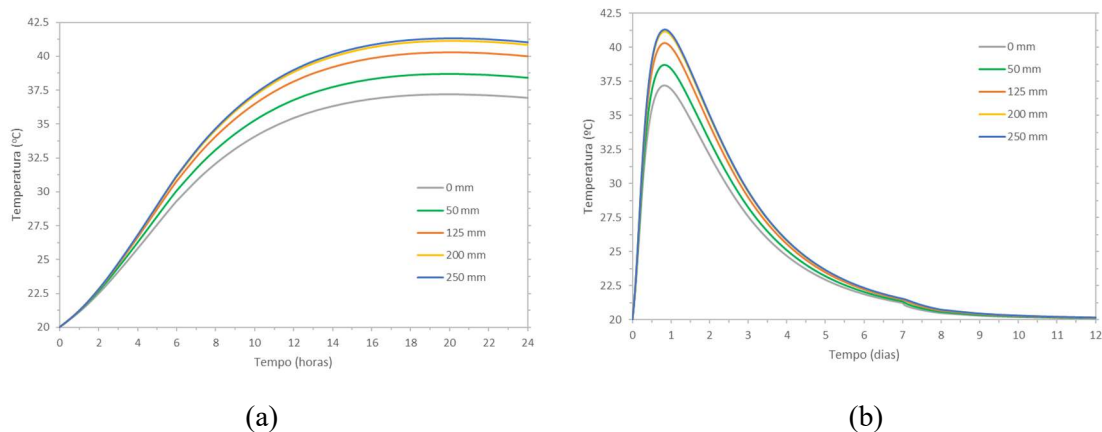


Fig. 4.4 - Resultados da evolução da temperatura para o provete de 500 mm em diferentes nós: (a) ao longo de um dia e em (b) ao longo de 12 dias.

A Fig. 4.5 representa os resultados da análise térmica para o provete de 1000 mm de espessura.

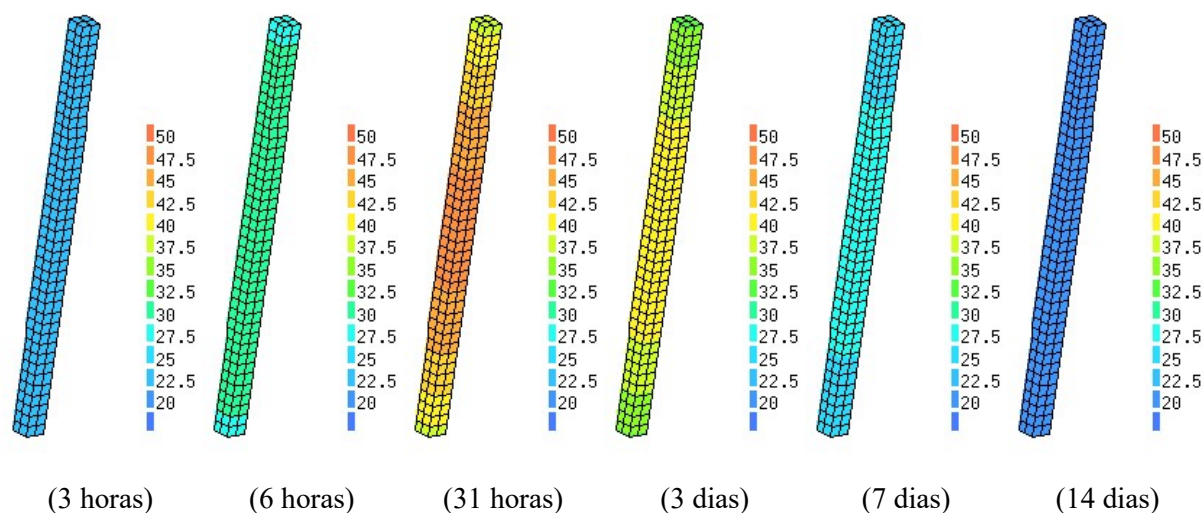


Fig. 4.5 - Resultados da análise térmica para o provete de 1000 mm de espessura.

A Fig. 4.6 representa a evolução da temperatura ao longo das primeiras 48 horas (a) e ao longo dos primeiros 18 dias (b).

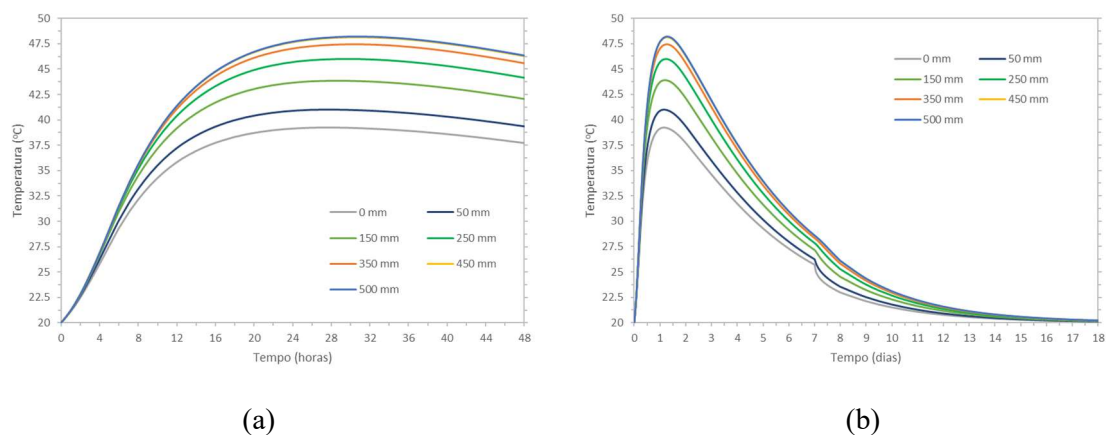


Fig. 4.6 - Resultados da evolução da temperatura para o provete de 1000 mm em diferentes nós: (a) ao longo de dois dias e em (b) ao longo de 18 dias.

As temperaturas máximas neste provete ocorrem às 31 horas de análise e chegam a atingir a temperatura de 48.2 °C no núcleo do provete.

Na Fig. 4.2 - (b), Fig. 4.4 - (b) e Fig. 4.6 - (b) é possível verificar que ao sétimo dia de análise existe uma descontinuidade da curva da temperatura. Esta é provocada pela descofragem e correspondente alteração do coeficiente de convecção e radiação (h_{cr}) de $5 \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-1}$ para $10 \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-1}$, passando as transmissões de calor entre o betão e o ambiente exterior a ocorrer mais rapidamente.

A diferença entre a temperatura à superfície e a temperatura no núcleo do provete com um metro de espessura chega a ser cerca de 10°C. Este valor é bastante elevado e provoca tensões residuais que diferem ao longo da espessura do elemento.

Nos resultados das análises térmicas, pode-se observar que, conforme seria esperado, quanto maior for a espessura do elemento, maior é a temperatura máxima atingida no seu núcleo e maior é a diferença entre a temperatura na superfície do provete e a temperatura no núcleo.

4.3. ANÁLISE DOS CAMPOS DE HUMIDADE

As transferências de água entre o betão e o exterior começam a ocorrer a partir do momento da descofragem (7 dias de análise), sendo a humidade, para o tempo inferior a este, considerada igual a 1 ao longo de toda a espessura do elemento.

A Fig. 4.7 representa os resultados obtidos para o provete de 250 mm de espessura. A humidade encontra-se expressa em valor relativo, ou seja, é 1 para o caso em que o provete se encontra totalmente saturado e 0.6 (humidade no ambiente exterior (H_{amb})) quando o processo de secagem estiver completo.

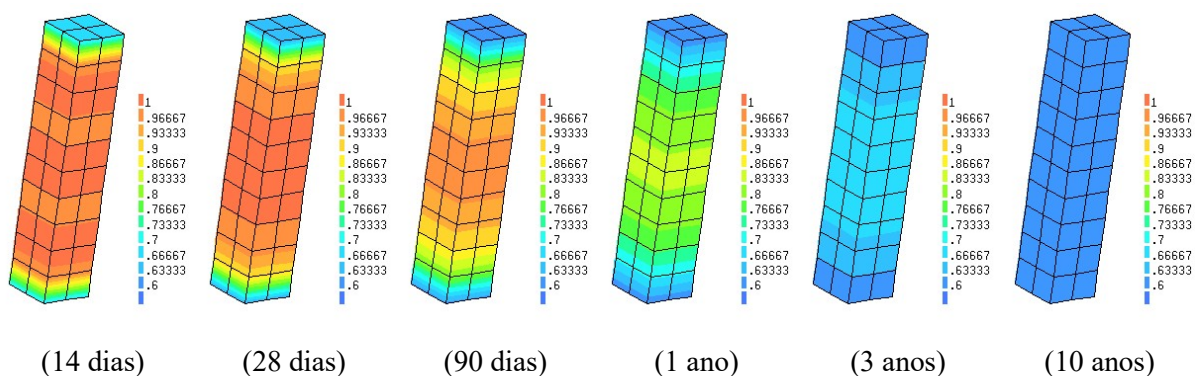


Fig. 4.7 - Resultados da análise higrométrica para o provete de 250 mm de espessura.

Os valores de humidade na camada de elementos finitos na extremidade do provete tendem a variar rapidamente para valores próximos de 0.65. Verifica-se que o processo de secagem começa rapidamente nas faces extremas e vai diminuindo gradualmente conforme se caminha para o núcleo do provete, isto porque as extremidades do provete são o único meio de secagem de toda a água existente neste. Porém conclui-se que o processo de dissipação da água pela fronteira é muito mais rápido que o processo de difusão desta.

Na Fig. 4.8 é possível verificar a evolução dos campos de humidade ao longo da espessura do elemento para diferentes tempos de análise.

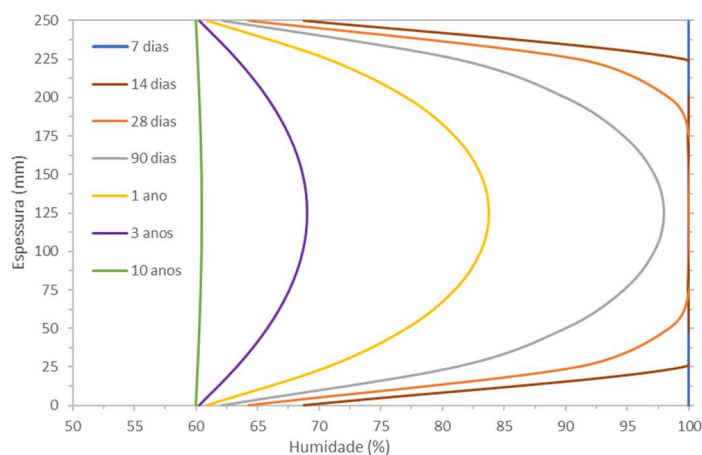


Fig. 4.8 - Variação dos campos de humidade ao longo da espessura do T250, para diferentes tempos de análise.

Na Fig. 4.9 é feita uma comparação entre os resultados obtidos para o provete de 250 mm na presente dissertação e os valores numéricos e experimentais obtidos em (Azenha et al., 2017), para uma amostra com 200 mm de espessura às distancias da face de 100 mm, 40 mm e 20 mm.

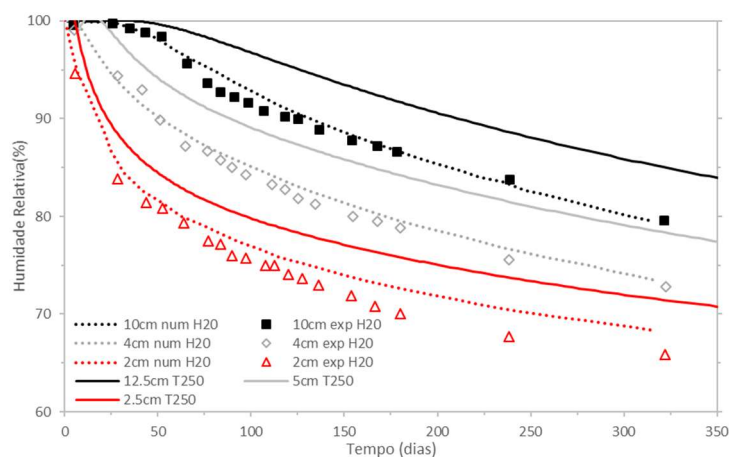


Fig. 4.9 - Comparação entre os valores experimentais e numéricos obtidos em (Azenha et al., 2017) para a amostra de 200 mm de espessura, com os valores obtidos para o provete de 250 mm de espessura da corrente dissertação.

Devido à malha definida para as análises realizadas nesta dissertação ser diferente da considerada em (Azenha et al., 2017), as posições para as quais são apresentados os resultados na Fig. 4.9 são também ligeiramente diferentes. Para compatibilidade e comparação de valores, na Fig. 4.9 os resultados da presente dissertação são apresentados em função do tempo de início de secagem, ou seja, o $t_{DIANA} = 7 \text{ dias}$ corresponde ao $t_0 = 0 \text{ dias}$ do gráfico. As curvas a tracejado representam os resultados numéricos e os pontos representam os resultados experimentais obtidos em (Azenha et al., 2017). As linhas contínuas representam os resultados numéricos obtidos na presente dissertação e estão definidos com a mesma cor que os respetivos resultados comparáveis.

Na Fig. 4.9 podemos verificar que a dissipação da humidade no T250 é ligeiramente mais lenta que a do H20. As curvas a tracejado e as curvas contínuas da mesma cor apresentam uma forma semelhante, porém o tempo de iniciação de secagem tende a ser diferente, isto porque, o aumento da espessura faz com que para a mesma distância entre a superfície e o ponto em estudo, este se mantenha saturado

durante um período mais longo, retardando o processo de secagem. Desta comparação podemos concluir que os resultados obtidos são plausíveis.

A Fig. 4.10 representa os resultados obtidos para o provete de 500 mm de espessura.

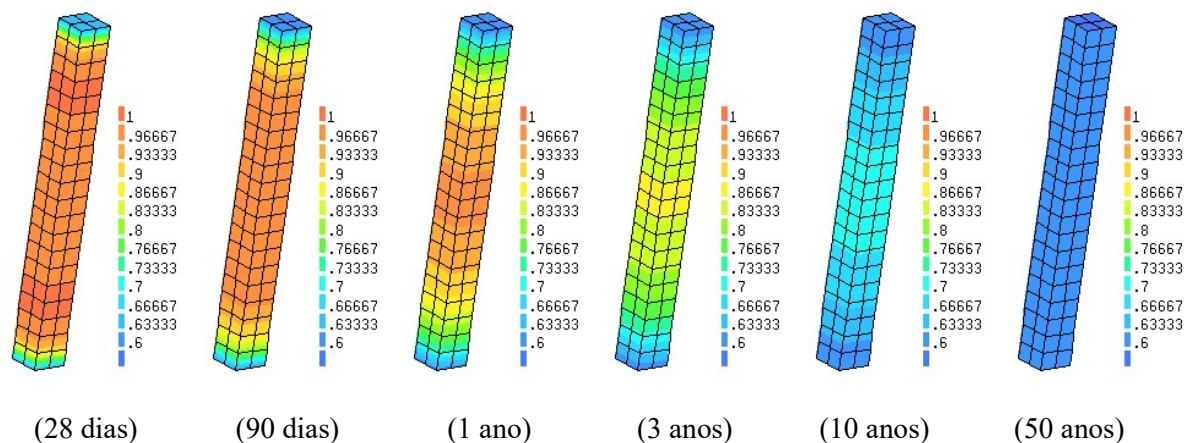


Fig. 4.10 - Resultados da análise higrométrica para o provete de 500 mm de espessura.

Na Fig. 4.11 é possível verificar a evolução dos campos de humidade ao longo da espessura do elemento para diferentes tempos de análise.

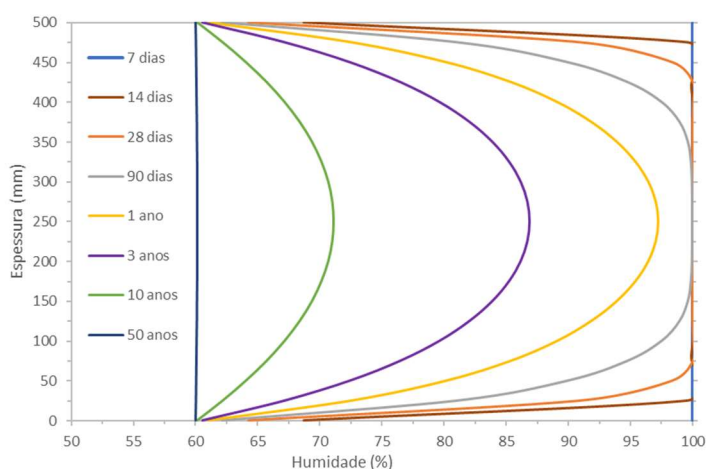


Fig. 4.11 - Variação dos campos de humidade ao longo da espessura do T500, para diferentes tempos de análise.

A Fig. 4.11 ilustra que, tal como para o provete do T250, a secagem na superfície em contacto com o ambiente é quase instantânea, enquanto que a secagem no núcleo do T500 apenas se inicia entre 90 dias a um ano. Esta diferença pode ser analisada facilmente na Fig. 4.12 onde se observa que o valor da humidade na superfície tende rapidamente para valores próximos de humidade relativa do ambiente.

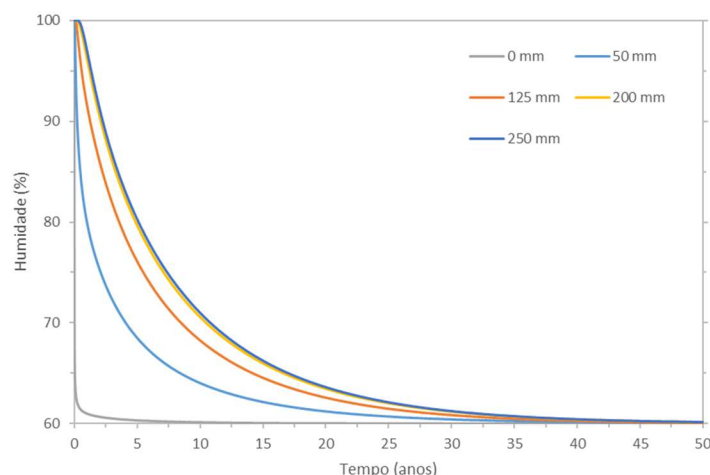


Fig. 4.12 - Resultados da variação dos campos de humidade para o provete de 500 mm em diferentes nós ao longo do tempo total de análise.

Apesar do valor para a camada superficial estar muito próximo de 60%, a humidade nesta nunca chega a atingir este valor antes de que ocorra a secagem total, isto porque, toda a água é dissipada por esta camada.

A Fig. 4.13 representa os resultados obtidos para o provete de 1000 mm de espessura.

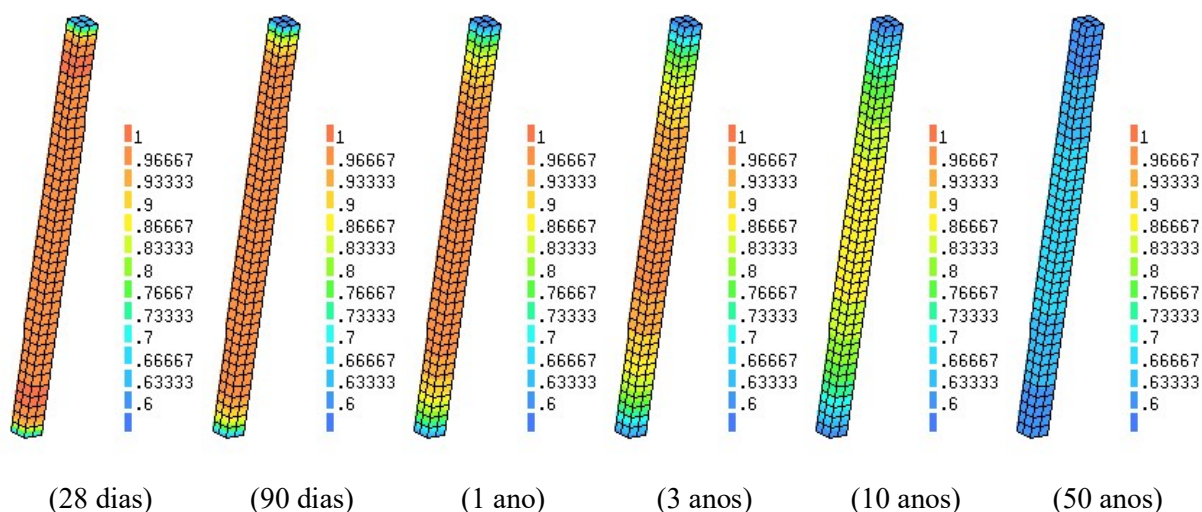


Fig. 4.13 - Resultados da análise higrométrica para o provete de 1000 mm de espessura.

É possível observar que ao final de três anos o processo de secagem no núcleo da estrutura ainda se encontra numa fase muito precoce.

Na Fig. 4.14 é possível verificar a evolução dos campos de humidade ao longo da espessura do elemento para diferentes tempos de análise e na Fig. 4.15 a evolução dos campos de humidade ao longo do tempo para diferentes profundidades no provete.

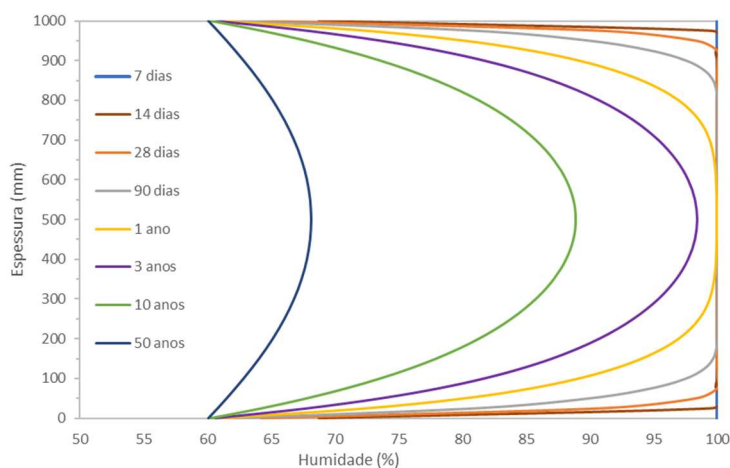


Fig. 4.14 - Variação dos campos de humidade ao longo da espessura do T1000, para diferentes tempos de análise.

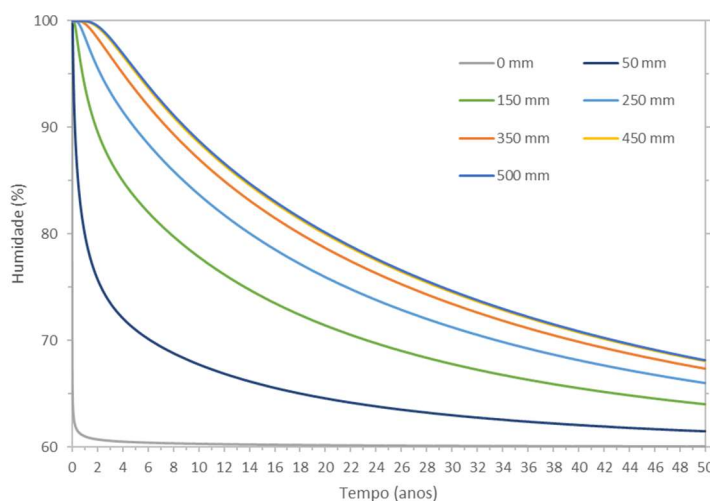


Fig. 4.15 - Resultados da variação dos campos de humidade para o provete de 1000 mm em diferentes nós ao longo do tempo total de análise.

Podemos concluir através da análise da Fig. 4.14 e da Fig. 4.15 que ao final de 50 anos o processo de secagem do provete de 1000 mm de espessura ainda não terminou. Desta maneira é desde já previsível que a retração por secagem ainda não tenha terminado no final da análise do T1000.

Dos resultados da análise dos campos de humidade para os três tirantes pode-se concluir:

- (i) O processo de dissipação e difusão da água é muito lento, comparando-o com as análises térmicas.
- (ii) A secagem ocorre rapidamente nos elementos finitos nas extremidades.
- (iii) A espessura do tirante tem elevada influência no tempo de secagem total.
- (iv) Apesar da diferença de espessura dos três tirantes, a evolução das curvas que representam os campos de humidade ao longo da espessura para diferentes tempos de análise (Fig. 4.8, Fig. 4.11 e Fig. 4.14) são bastante semelhantes, diferindo na retardação e na evolução da curva.

4.3.2. RETRAÇÃO LOCAL

Depois da análise dos campos de humidade é necessário estabelecer-se uma conexão entre estes e a retração. Esta relação encontra-se descrita nos capítulos 2.4.2 e 3.3.2.

Da análise dos resultados dos campos de humidade é facilmente previsível que a retração varia ao longo da espessura. Assim, tendo em conta o desenvolvimento da equação de Kwak representada na equação (3.2) e na Fig. 3.7, conclui-se que os gráficos extensão-tempo irão apresentar curvas semelhantes às das Fig. 4.9, Fig. 4.12 e Fig. 4.15, em que a extensão será 0 para um humidade de 100% e será $539\mu\epsilon$ para uma humidade de 60%.

Em seguida comparam-se os valores obtidos para a retração com base nos campos de humidade (recorrendo a equação de Kwak), com os resultados previstos pelo MC2010 para a retração de secagem. O MC2010 fornece uma estimativa da retração média ao longo da secção transversal de um determinado elemento de betão (a formulação encontra-se no anexo A2). Assim, para efetuar esta comparação, é necessário determinar também o valor médio da retração numa secção transversal em que a retração local (retração a cada profundidade) é determinada através da equação de Kwak. Esse valor médio corresponde à média ponderada dos valores da retração local em cada nó, tendo os nós interiores um peso de 1 e os nós à superfície um peso de 0.5.

O modelo de retração de secagem do MC2010 tem por base a equação de Bazant/CEB representada na Fig. 3.6.

A Fig. 4.16, Fig. 4.17 e Fig. 4.18 apresentam essa comparação para os três tirantes estudados na presente dissertação.

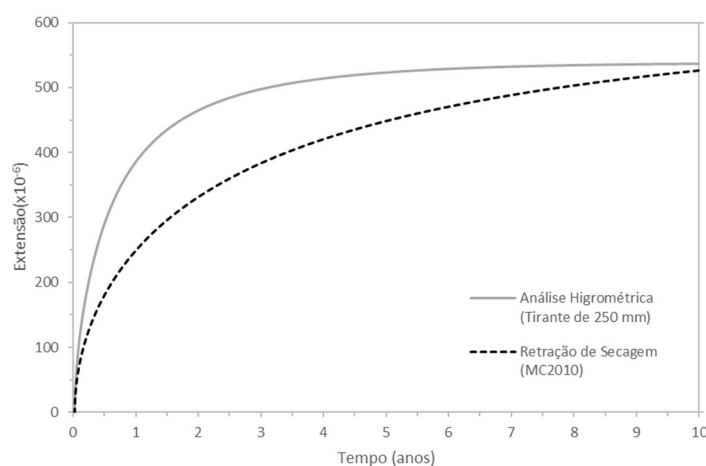


Fig. 4.16 - Evolução do valor médio de retração ao longo do tempo para o T250 mm e comparação com os valores calculados pelo MC2010.

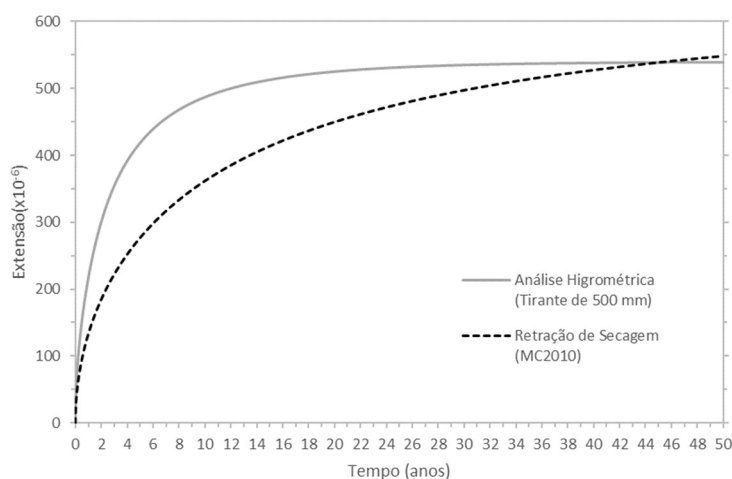


Fig. 4.17 - Evolução do valor médio de retração ao longo do tempo para o T500 mm e comparação com os valores calculados pelo MC2010.

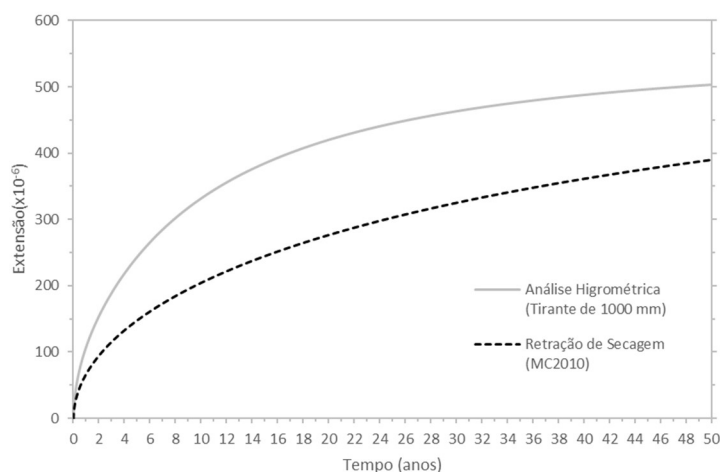


Fig. 4.18 - Evolução do valor médio de retração ao longo do tempo para o T1000 mm e comparação com os valores calculados pelo MC2010.

A análise de evolução da retração ao longo do tempo para os vários casos de estudo permite concluir que.

- (i) A modelação da retração através da variação dos campos de humidade e a comparação de um valor médio desta com os valores propostos pelo MC2010, conduz a resultados em que embora a retração por secagem final seja praticamente coincidente com os resultados obtidos, esta tende a estabilizar mais cedo do que a retração proposta pelo MC2010.
- (ii) Tendo em conta exclusivamente a retração de secagem, prevê-se que as análises THM da presente dissertação conduzam à fissuração para um instante de tempo menor que o instante de tempo previsto caso o valor médio da retração fosse igual ao proposto pelo MC2010. De certa forma os resultados obtidos pelo código em comparação com os presentes não são conservativos.

Embora estas diferenças não sejam um tema de estudo aprofundado nesta dissertação, uma possível justificação para estes resultados, pode ser o facto de a metodologia adotada, nesta dissertação assumir um valor constante de humidade e temperatura no ambiente exterior ao longo de 50 anos, o que geralmente não ocorre em estruturas reais.

5

RESULTADOS DAS ANÁLISES MECÂNICAS DE TIRANTES RESTRINGIDOS

5.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados das análises mecânicas para os três tirantes estudados, para as quantidades de armadura caracterizadas no capítulo 3.2. As análises mecânicas foram feitas com recurso ao uso do software de elementos finitos DIANA, sendo usadas as considerações de modelação estipuladas no capítulo 3.5.

Para permitir uma melhor visualização dos resultados obtidos, os resultados gráficos são apresentados para a espessura total do tirante. Porém, as análises foram efetuadas para metade do tirante, considerando o eixo de simetria ao nível do eixo médio, conforme foi exposto atrás.

Como a armadura é dividida igualmente pelas duas faces expostas do tirante, as tensões na armadura, as tensões de aderência, o deslizamento aço-betão são apresentadas unicamente para a armadura de uma das faces, sendo que por simetria os resultados obtidos para esta são idênticos aos da armadura na outra face.

Neste capítulo a ordem de exibição de resultados é feita do tirante menos espesso para o mais espesso. São apresentados, no início de cada subcapítulo, as estratégias de modelação adotadas para cada caso de estudo de acordo com o mencionado capítulo 3.5. Os resultados para os três tirantes seguem a mesma sequência de apresentação, por isso, a descrição geral dos fenómenos observados, o resumo da estrutura dos gráficos, a introdução das imagens e as metodologias de cálculo gerais usadas apenas é feita para os resultados do T250.

As ações introduzidas na modelação mecânica são exclusivamente a ação térmica e a retração obtidas através das análises apresentadas no capítulo 4, sendo aplicadas à camada de nós de EF correspondente no modelo mecânico. A armadura nos tirantes sofre uma dilatação térmica devida à variação da temperatura causada pela hidratação do cimento, idêntica à correspondente para os nós de EF de betão à mesma profundidade.

Nesta dissertação as tensões de compressão são representadas por valores negativos enquanto que as tensões de tração são representadas por valores positivos.

5.2. EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NUM CENÁRIO EM QUE NÃO EXISTE FISSURAÇÃO

É realizado inicialmente o estudo da evolução das tensões ao longo da espessura e ao longo do tempo, sem considerar os modelos de fissuração. Este estudo permite a verificação da não-linearidade da distribuição das tensões para diferentes espaços de tempo.

A Fig. 5.1, Fig. 5.2 e Fig. 5.3 representam os resultados obtidos para os três tirantes. Para facilitar a visualização dos resultados, são separadas as evoluções de tensões que ocorrem nos primeiros sete dias (tensões de compressão devido ao calor de hidratação do cimento), das tensões que ocorrem até ao final da análise, tensões maioritariamente de tração.

Os gráficos representam a evolução das tensões ao longo da espessura para diferentes instantes de tempo, incluindo o momento em que é atingida a temperatura máxima devido ao calor de hidratação do cimento, para cada tirante, apresentado no capítulo 4.

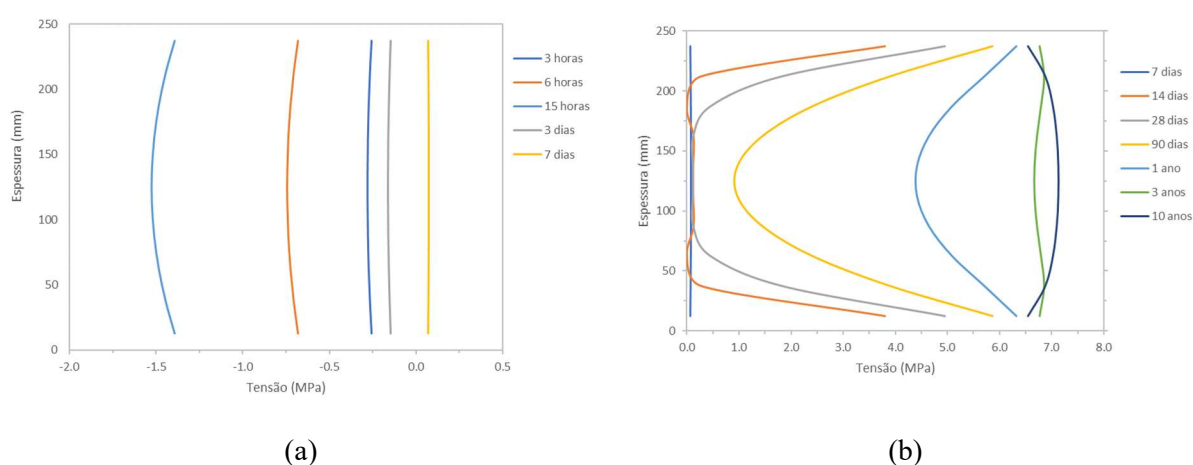


Fig. 5.1 - Evolução das tensões ao longo da espessura do T250 para diferentes instantes de tempo: (a) até 7 dias de análise; (b) até 10 anos de análise.

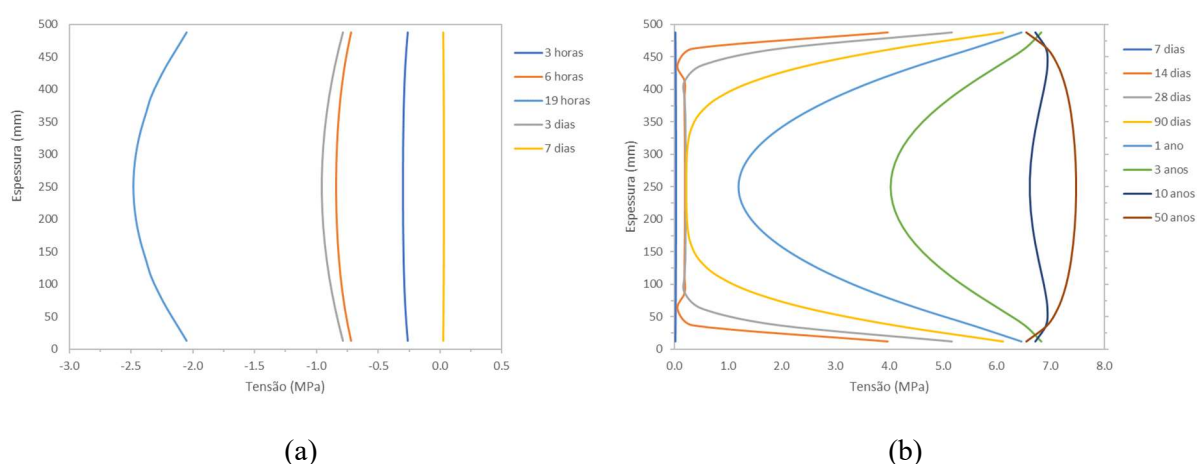


Fig. 5.2 - Evolução das tensões ao longo da espessura do T500 para diferentes instantes de tempo: (a) até 7 dias de análise; (b) até 50 anos de análise.

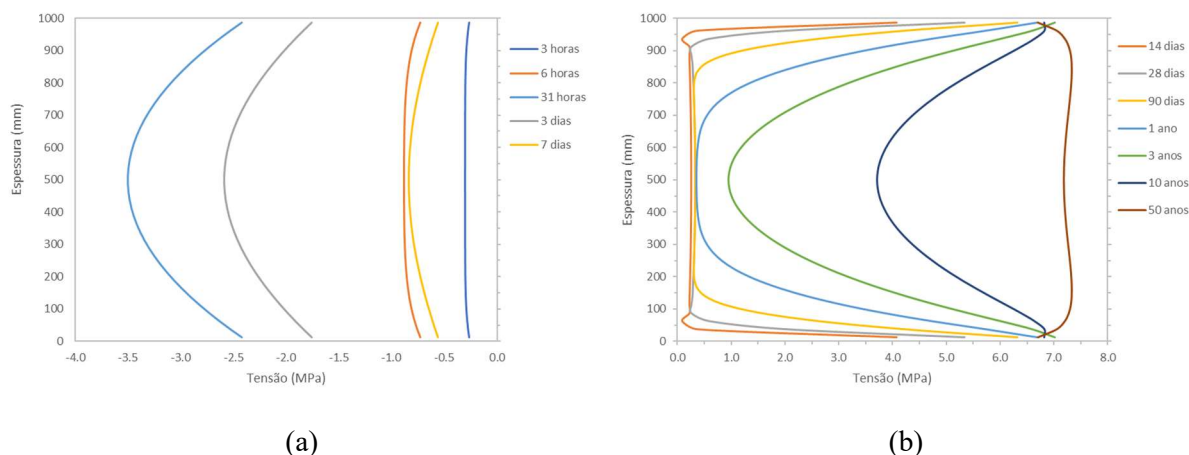


Fig. 5.3 - Evolução das tensões ao longo da espessura do T1000 para diferentes instantes de tempo: (a) até 7 dias de análise; (b) até 50 anos de análise.

Os valores apresentados correspondem ao valor médio em cada EF, para uma coluna vertical qualquer ao longo do comprimento do tirante, uma vez que nesta análise as tensões são iguais para todos os elementos à mesma profundidade. Cada valor de tensão é, portanto, apresentado na posição correspondente a centro do EF análogo. Existe por isso uma descontinuidade de 12.5 mm no gráfico para as extremidades do tirante.

A tensão apresentada é a tensão normal à secção transversal do tirante. O facto de apenas existir restrição de deslocamentos segundo o eixo horizontal e não existir fissuração, implica que estas tensões sejam também tensões principais.

A tensão de compressão aumenta com o aumento da espessura do tirante, em conformidade com a variação da temperatura obtida nas análises térmicas (capítulo 4.2). Existe uma ligeira diferença entre as tensões de compressão, no mesmo instante de tempo, para o EF na extremidade e o EF no núcleo do tirante. No T250 este valor é quase idêntico, enquanto que no T1000 a diferença chega a ser de 1 MPa.

Numa comparação entre os resultados do T250 aos 10 anos na Fig. 5.1 e do T500 aos 50 anos na Fig. 5.2, pode ver-se que o processo de secagem é bastante rápido nos EF superficiais, ocorrendo maioritariamente nos primeiros dias de análise e mantendo-se praticamente constante ao longo de todo o tempo (subcapítulo 4.3). Por contrapartida a secagem nos EF no núcleo do tirante tende a ser mais lento conforme o aumento da espessura do elemento. Analisando o instante de tempo onde a retração de secagem já se encontra concluída, visualiza-se que quanto maior for a espessura do tirante maior será a concavidade da curva no final da análise. Este efeito deve-se à retardação das tensões por parte da fluência, que se desenvolve maioritariamente nos primeiros três meses de vida do betão.

A concavidade da curva dos resultados apresentados na Fig. 5.3 em (b) para os 50 anos de análise permite concluir que o processo de retração por secagem no interior do tirante ainda não terminou.

5.3. ANÁLISE DOS TIRANTES COM 250 MM DE ESPESSURA, CONSIDERANDO OS EFEITOS DA FISSURAÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados para as análises dos tirantes T250₁ e T250₂, sendo que sempre que possível estes resultados serão comparados no mesmo gráfico. As características destas análises encontram-se apresentadas no capítulo 3 e 4.

A estratégia de modelação adotada que conduz a melhores resultados, isto é, que assume menos problemas de convergência (por vezes pode ser impossível de evitar devido a redundâncias numéricas aos quais o incremento de tempo seguinte permite ultrapassar sem pôr em causa a viabilidade dos resultados), apresenta deformadas com fissuras bem discriminadas e conduz a uma distribuição de tensões e do processo de transferências destas o mais límpido possível, tanto para o $T250_1$ como para o $T250_2$ de acordo com o definido no capítulo 3.5 é a estratégia (i), que consiste numa única coluna de três EF frágeis a meio do comprimento total do tirante.

5.3.1. FISSURAÇÃO

A Fig. 5.4 e Fig. 5.5 representam as malhas de EF deformadas, para vários instantes de tempo da análise, para o $T250_1$ e para o $T250_2$ respetivamente. Nestas imagens é possível observar as fendas abertas em cada instante e a sua evolução em profundidade.

Nas imagens encontra-se a verde a malha de EF indeformada (no início da análise) e a vermelho a malha deformada. O fator de ampliação das imagens foi deixado ao critério do software de maneira a permitir que sejam facilmente visíveis todos os pormenores da deformada da malha e da respetiva evolução da fissuração, sendo que, apesar da possível ilusão de ótica, cada imagem da malha deformada, num determinado instante de tempo, segue uma escala autónoma, sendo que não devem ser realizadas comparações sobre a abertura de fendas ao longo do tempo com recurso a estas deformadas.

No anexo B1 desta dissertação são apresentadas imagens da fissuração com vetores normais às fendas para todos os casos de estudo. Estas imagens permitem uma visualização alternativa do processo de fissuração, a diferença da abertura de fendas ao longo da espessura do tirante e os pontos de integração onde ocorreu a fissuração.

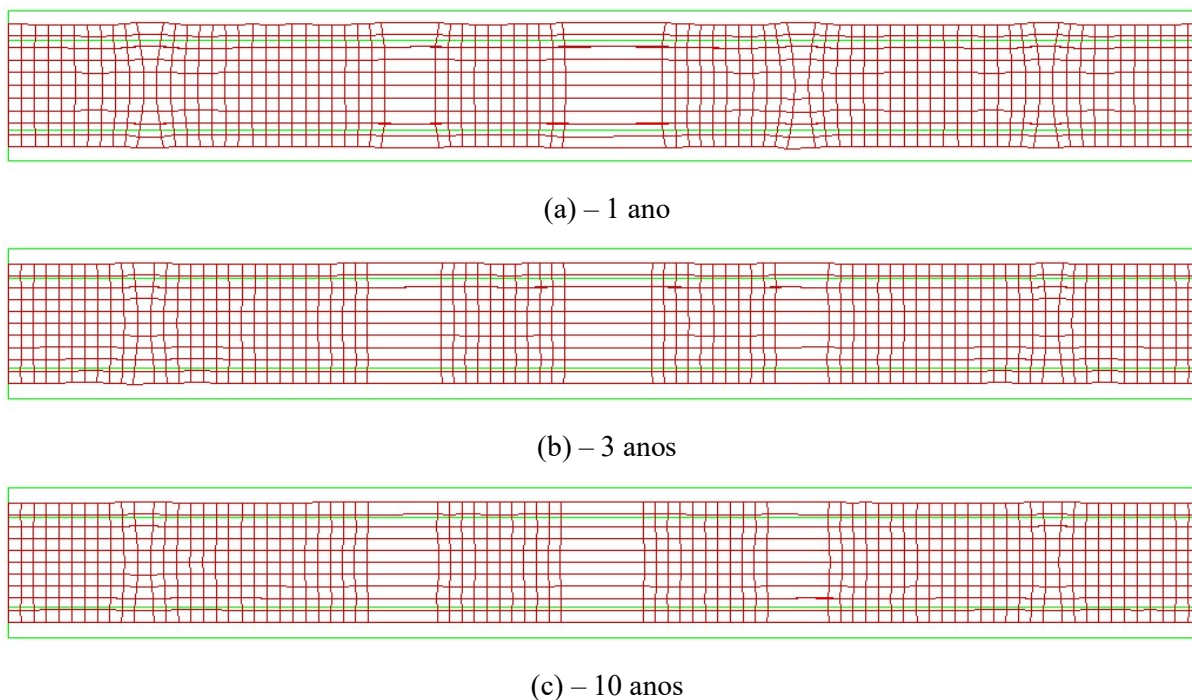
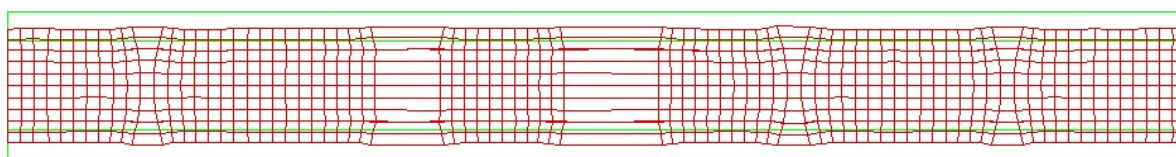
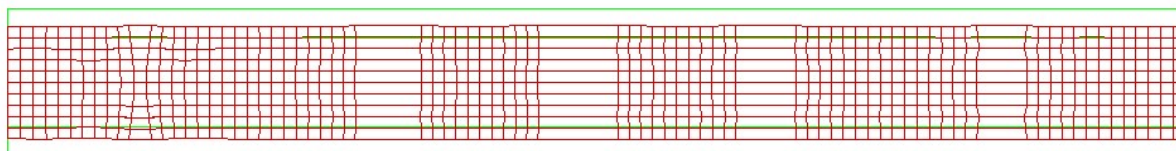


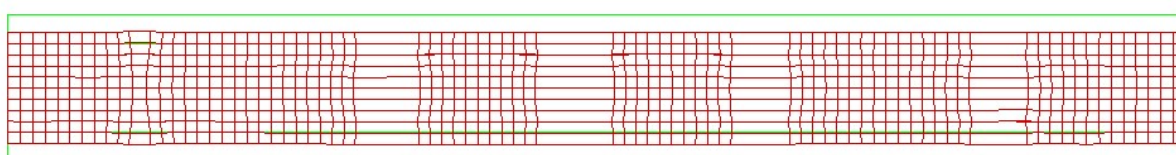
Fig. 5.4 - Deformação no $T250_1$ para vários instantes de tempo.



(a) – 1 ano



(b) – 3 anos



(c) – 10 anos

Fig. 5.5 - Deformação no $T250_2$ para vários instantes de tempo.

A fissuração inicia-se com o desenvolvimento de várias fendas verticais na camada de EF superficial e vai-se desenvolvendo em forma triangular ao longo da espessura, isto é, mantendo uma abertura de fendas maior à superfície que diminui ao longo da coluna de EF. Quando ocorre a fissuração total de uma coluna de EF, isto é, quando uma fissura atravessa pela primeira vez toda a espessura do tirante, o valor da maior abertura de fenda existente no tirante tende a estabilizar (ver Fig. 5.6). No caso do $T250$, a abertura da fenda é praticamente constante ao longo de toda a espessura, em cada coluna de EF totalmente fissurada.

Dos resultados para o instante igual a 10 anos, pode-se concluir que a primeira coluna de EF fissurada é a que apresenta uma abertura de fendas maior e que o aumento da quantidade de armadura conduziu a um maior número de fendas a atravessar toda a secção.

Na Fig. 5.6 são apresentados os valores de abertura de fendas na fissura mais condicionante (primeira fissura a atravessar toda a secção) para as duas quantidades de armadura.

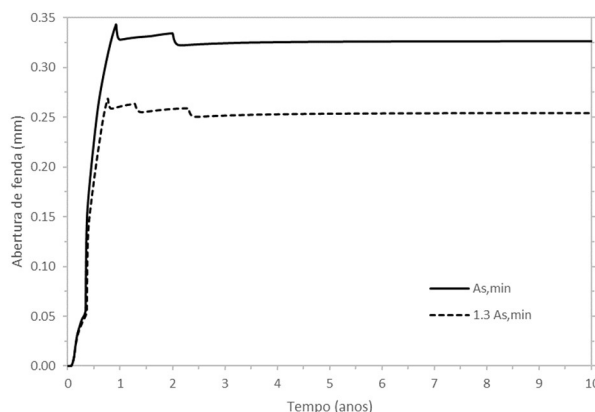


Fig. 5.6 – Abertura de fenda, para o $T250_1$ e para o $T250_2$, para a primeira fenda total que se forma.

Os valores representam a abertura de fendas média no EF imediatamente acima da armadura para a primeira coluna de EF totalmente fissurada nos tirantes $T250_1(A_{s,min})$ e $T250_2(1.3 A_{s,min})$. Estes valores são obtidos através do cálculo do valor médio da extensão da fenda neste EF, com base na teoria descrita no capítulo 2.6.3, multiplicando este pelo comprimento total do EF.

Na Fig. 5.6 é possível visualizar a diferença entre a máxima abertura de fendas para as duas análises.

A abertura desenvolve-se lentamente ao longo dos primeiros meses de análise até atingir um valor de cerca de 0.05 mm . Neste instante para ambas as análises dá-se um aumento brusco da abertura de fendas, representada no gráfico pela reta paralela ao eixo vertical, correspondendo à fissuração total da primeira coluna de EF. Após esta fissuração, a abertura de fendas continua a aumentar ao longo do tempo de análise até atingir um pico no gráfico, que corresponde ao valor máximo de abertura de fendas em todo o gráfico. Este pico coincide com a fissura completa da segunda coluna de EF. A abertura de fendas continua a variar ligeiramente ao longo do tempo, mas sem variações significativas. É possível visualizar mais picos e ligeiras quebras nos valores da abertura de fendas, correspondentes à fissuração completa de novas colunas de EF, porém o valor pode ser considerado praticamente constante até ao final da análise, uma vez que a variação na abertura de fendas é quase insignificante.

A tabela seguinte resume o tempo e a abertura de fendas na fenda mais condicionante, primeira fissura a atravessar toda a secção, para o instante em que se atinge o valor máximo de abertura da fenda e para o final da análise.

Tabela 5.1 – Resumo dos valores da abertura de fendas, no $T250_1$ e no $T250_2$, na primeira fenda total que se forma.

| Tirante | Tempo (anos) | Abertura de Fendas (mm) |
|----------|--------------|-------------------------|
| $T250_1$ | 0.92 | 0.343 |
| | 10.00 | 0.326 |
| $T250_2$ | 0.76 | 0.269 |
| | 10.00 | 0.254 |

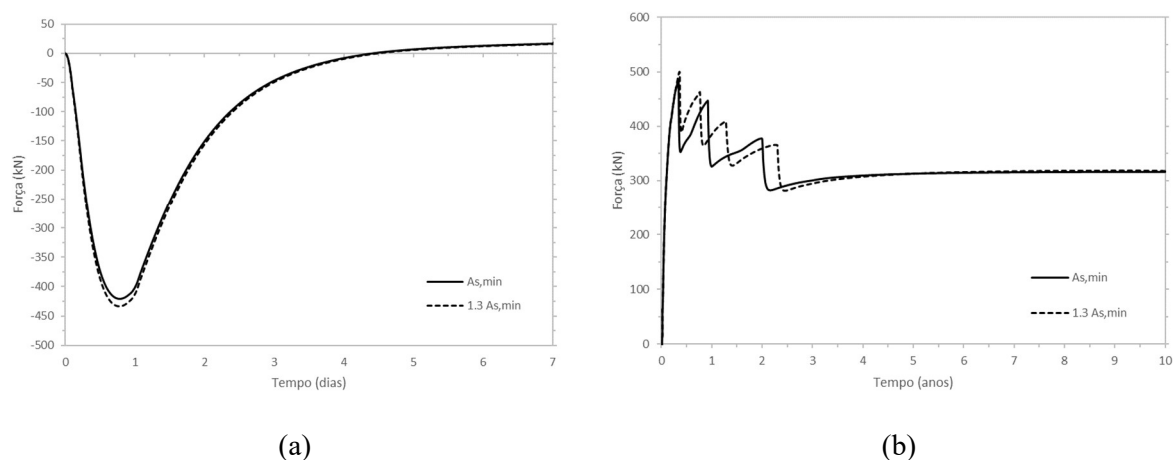
Conclui-se que o aumento da armadura em 30% para o $T250$ resulta na redução no valor máximo da abertura de fendas em aproximadamente 0.07 mm , porém no final da análise ocorre a fissuração total de mais uma coluna de EF do que na análise em que a armadura adotada é $A_{s,min}$.

5.3.2. REAÇÃO NOS APOIOS

Neste subcapítulo são apresentados os resultados para as reações de apoio do tirante $T250_1$ e $T250_2$. As forças estão calculadas considerando toda a espessura do tirante, ou seja, é apresentada a reação total no tirante, e não apenas a reação na metade modelada.

Na Fig. 5.7, em (a) estão representadas as reações no apoio até aos sete dias de análise, devido exclusivamente à hidratação do cimento, em (b) estão representadas as reações no apoio exclusivamente de tração ao longo do tempo total de análise.

Em (a), os máximos valores de força são praticamente coincidentes para ambas as análises e existe uma troca de sinal das forças que ocorre antes do início da retração de secagem que acontece aos sete dias de análise.



Em (b), as quebras de força correspondem ao momento da fissuração completa de uma nova coluna de elementos finitos. Independentemente da armadura usada, a fissuração da primeira coluna ocorre praticamente ao mesmo tempo para um esforço bastante semelhante, porém o tempo de fissuração de novas colunas de EF já são dispares, mas parecem seguir uma curva de desenvolvimento semelhante.

A Tabela 5.2 resume o processo de fissuração com o tempo e as reações de apoio no tirante para o momento em que ocorre a fissuração total de uma nova coluna de elementos finitos.

Tabela 5.2 – Processo de fissuração nos tirantes $T250_1$ e $T250_2$ tendo em conta as reações de apoio.

| Tirante | 1ª Fenda | | 2ª Fenda | | 3ª Fenda | | 4ª fenda | |
|----------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|
| | Tempo (anos) | Força (kN) | Tempo (anos) | Força (kN) | Tempo (anos) | Força (kN) | Tempo (anos) | Força (kN) |
| $T250_1$ | 0.34 | 485 | 0.92 | 447 | 1.98 | 377 | - | - |
| $T250_2$ | 0.36 | 500 | 0.76 | 463 | 1.28 | 409 | 2.26 | 366 |

As reações nos apoios no final da análise encontram-se resumidas na tabela seguinte.

Tabela 5.3 – Reações de apoio no final da análise do $T250$.

| Tirante | Tempo (anos) | Força (kN) |
|----------|--------------|------------|
| $T250_1$ | 10 | 316 |
| $T250_2$ | 10 | 318 |

Apesar do diferente número de colunas fissuradas, as reações finais nos apoios são bastante parecidas para ambas as análises.

Da análise das reações de apoio para o T250 pode-se concluir:

- (i) Após a fissuração as reações de apoio sofrem uma quebra de força, porém a força necessária para a formação de novas fendas irá diminuir.
- (ii) Os esforços de compressão devidos à hidratação do cimento assumem valores quase tão grandes como a força máxima de fissuração.
- (iii) A quantidade de armadura influencia a abertura de fendas, o número total de colunas totalmente fissuradas e a distância entre estas.

5.3.3. TENSÃO NAS ARMADURAS

A tensão nas armaduras é apresentada para a fissura mais condicionante (primeira fissura a atravessar toda a espessura do tirante).

A armadura tem tensões de compressão nos primeiros dias de análise chegando a atingir os 29 MPa. O gráfico é semelhante ao da Fig. 5.7 (a), por isso não é aqui representado.

A Fig. 5.8 representa o desenvolvimento das tensões positivas (tração) para as duas quantidades de armadura consideradas no dimensionamento.

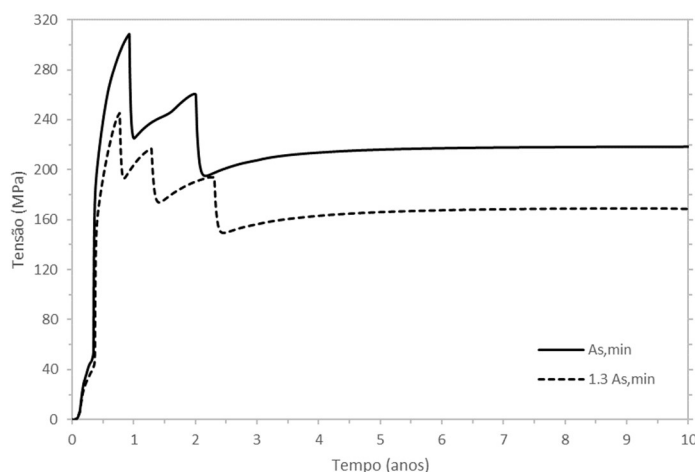


Fig. 5.8 – Variação da tensão na armadura na fenda mais condicionante da análise do T250.

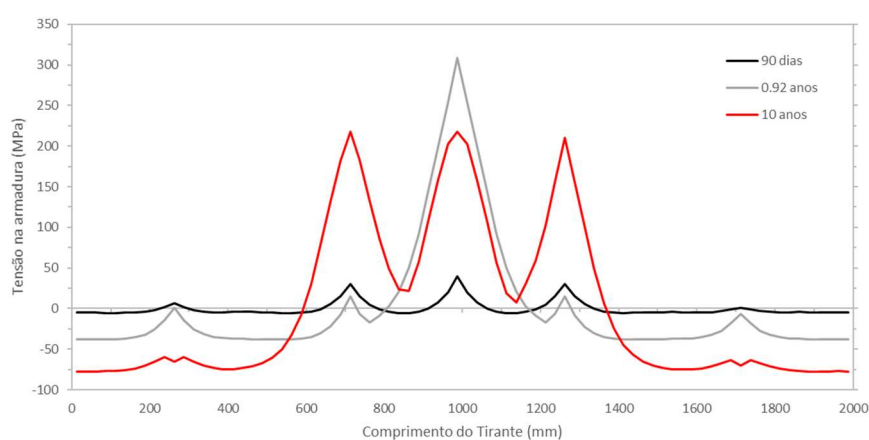
Na Fig. 5.8 observa-se que após a fissuração da primeira coluna total de elementos finitos a tensão na armadura continua a aumentar até à fissuração da segunda coluna de elementos finitos, sendo que o valor máximo da tensão armadura é atingido no instante de tempo imediatamente antes de ocorrer a fissuração da segunda coluna. Após a formação desta segunda fissura, a tensão na armadura desce abruptamente. A tensão volta a aumentar ao longo do tempo até à fissuração total de uma nova coluna de EF, porém esta apresenta sempre, para os casos analisados nesta dissertação, valores inferiores à tensão atingida antes da fissuração da segunda coluna.

A variação das tensões na armadura tem um comportamento inicial semelhante ao da evolução da abertura de fendas ao longo do tempo (Fig. 5.6) até a fissura da segunda coluna de EF. Nesse instante a tensão desce consideravelmente ao contrário da abertura de fendas, que apesar de diminuir não sofre grandes variações. A partir desse instante a evolução da tensão na armadura passa ser semelhante à que se observa no gráfico das reações nos apoios (Fig. 5.7 - (b)), sofrendo quebras significativas de tensão após a fissuração de novas colunas de EF.

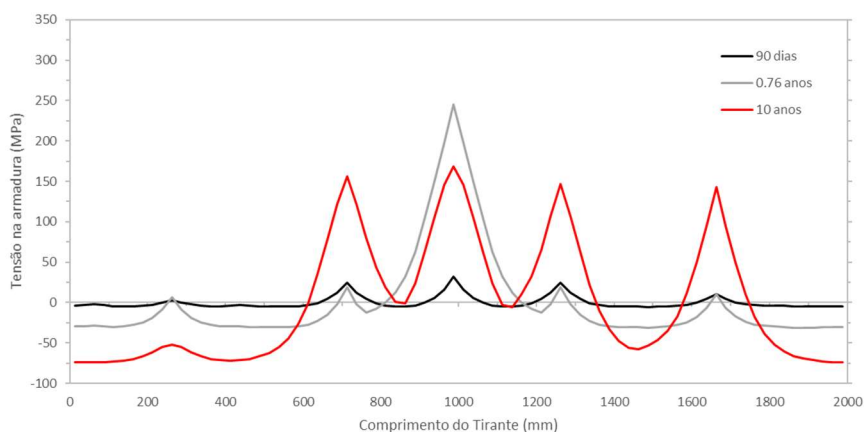
A tensão na armadura na zona das outras fendas apresenta um comportamento semelhante ao da fissura mais condicionante, ou seja, atinge o seu valor máximo na abertura da próxima fenda, sendo que este valor é sempre inferior ao valor da tensão máxima atingido na armadura na secção da primeira fissura total.

O aumento da quantidade da armadura faz com que a tensão máxima atingida diminua cerca de 50 MPa.

A Fig. 5.9 representa o valor das tensões na armadura ao longo do comprimento total do tirante para as análises $T250_1$ e $T250_2$. Estão representados um instante de tempo antes de ter ocorrido a fissuração total de qualquer coluna de elementos finitos ao longo do comprimento do tirante (90 dias), o instante de tempo correspondente ao valor máximo de tensão na armadura, para $A_{s,min}$ (0.92 anos) e para $1.3 A_{s,min}$ (0.76 anos) e o instante de tempo correspondente ao final da análise.



(a) – $T250_1$ (A_s , min)



(b) – $T250_2$ ($1.3 A_s$, min)

Fig. 5.9 – Evolução das tensões na armadura ao longo do comprimento do tirante T250.

A Fig. 5.9 - (b) permite visualizar os picos de tensão na armadura positivos correspondente às zonas totalmente fissuradas, mas também o aparecimento de tensões na armadura negativas nas zonas em que a fissuração total não acontece. A execução de uma média do valor das tensões ao longo de todo o comprimento de armadura, permite verificar que as tensões na armadura são auto-equilibradas.

A tensão aumenta e diminui ao longo do comprimento de armadura, a distância entre o pico máximo e o mínimo é o comprimento de transferência de tensões (subcapítulo 2.6.3).

A Tabela 5.4 apresenta um resumo dos valores máximos das tensões nas armaduras, os resultados para os comprimentos de transferência e o respetivo valor médio para as tensões na armadura ao longo deste comprimento.

Os resultados são obtidos através de uma média dos valores à esquerda e à direita da tensão máxima na armadura. O tamanho de elementos finitos é de 25 mm, por isso estes valores são uma aproximação de cálculo.

Tabela 5.4 – Tensões médias ao longo do comprimento de transferência para o T250.

| Tirante | Tempo (anos) | $\sigma_{s,max} (MPa)$ | $ls, máx (mm)$ | $\sigma_{s,med} (MPa)$ |
|-------------------|--------------|------------------------|----------------|------------------------|
| T250 ₁ | 0.92 | 308 | 225.0 | 100 |
| | 10.00 | 218 | 137.5 | 119 |
| T250 ₂ | 0.76 | 245 | 225.0 | 74 |
| | 10.00 | 169 | 137.5 | 77 |

Na Tabela 5.4 é possível observar que o comprimento de transferência é significativamente maior para a primeira fissura do que para o final da análise. Este facto faz com que, apesar das tensões máximas na armadura ocorrerem nesse instante, as tensões médias ao longo do comprimento de transferência acabam por ser maiores no final da análise.

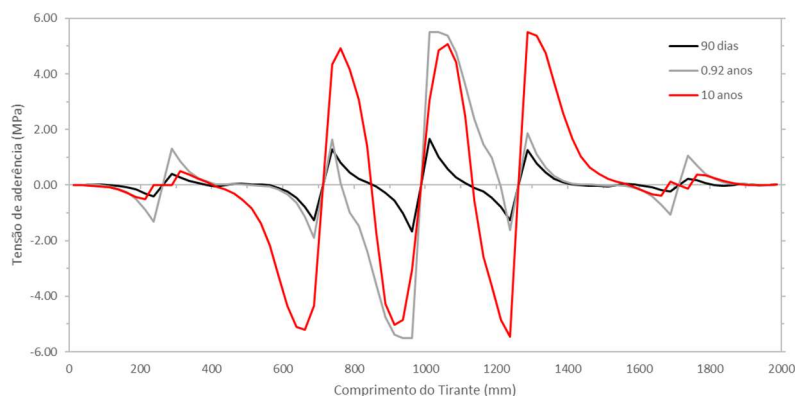
Da análise das tensões nas armaduras pode-se concluir:

- (i) O aumento da quantidade de armadura diminui substancialmente a tensão máxima na armadura.
- (ii) As tensões máximas obtidas na armadura são bastante inferiores às tensões de projeto.
- (iii) As tensões desenvolvidas ao longo do comprimento da armadura são autoequilibradas.

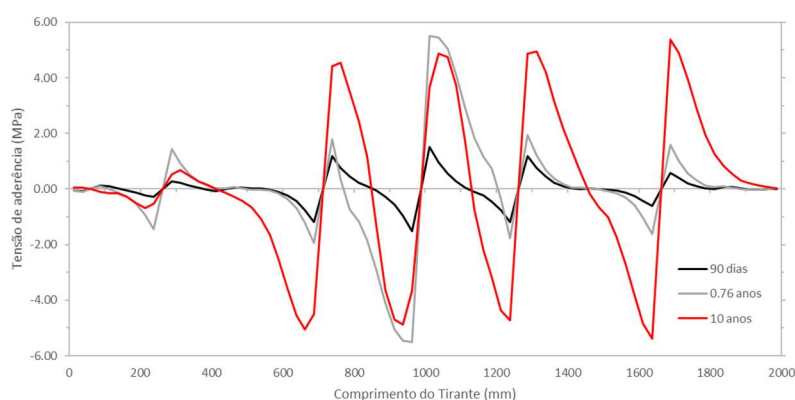
5.3.4. TENSÃO DE ADERÊNCIA E DESLIZAMENTO AÇO-BETÃO

A Fig. 5.10 apresenta o gráfico das tensões de aderência aço-betão para os mesmos instantes de tempo apresentados no estudo da tensão máxima na armadura.

As tensões de aderência entre o betão e o aço desenvolvem-se com valores praticamente antissimétricos em relação eixo vertical na zona fissurada. Estes valores são zero após ser atingida a distância do comprimento de transferência relativamente à abertura de fendas. Apenas se desenvolvem tensões de aderência na presença de fissuração. O comprimento de transferência determinado neste gráfico é idêntico ao quantificado no gráfico das tensões nas armaduras.



(a) – $T250_1$ (As, min)



(b) – $T250_2$ (1.3 As, min)

Fig. 5.10 - Evolução das tensões de aderência ao longo do comprimento do tirante $T250_2$.

O valor máximo de tensão tangencial permitido é de $\tau_{bms} = 1.9 f_{ctm} = 5.51 \text{ MPa}$. Se este valor é atingido, a tensão de aderência numa determinada posição permanece constante, à medida que o deslizamento aumenta (ver Fig. 2.13). No entanto, se ocorrer uma diminuição do deslizamento nessa mesma posição, haverá uma descarga na tensão de aderência correspondente. Este fenómeno é possível ser visualizado para o instante de tempo em que ocorre a tensão máxima na armadura (Fig. 5.10 (a) - 0.92 anos; (b) - 0.76 anos). Apesar de ser atingido o valor de tensão de aderência máximo, este valor não se mantém constante durante muito tempo.

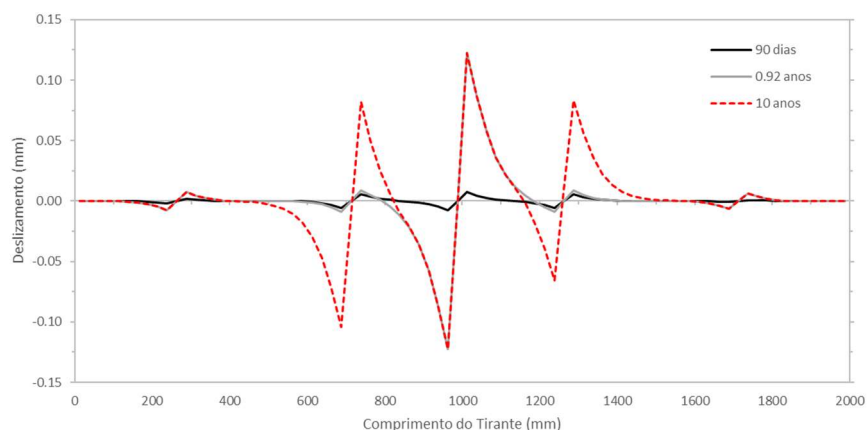
A Tabela 5.5 apresenta os valores médios e os máximos observados ao longo do comprimento de transferência.

Tabela 5.5 - Tensões de aderência médias e máximas ao longo do comprimento de transferência para o T250.

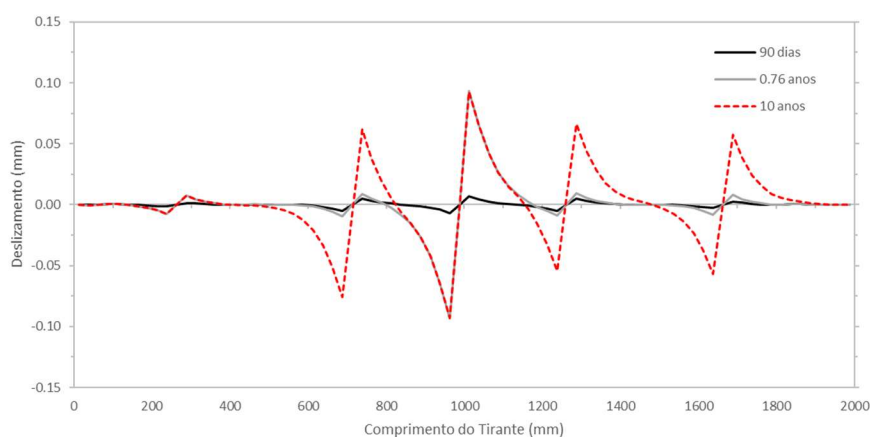
| Tirante | Tempo (anos) | τ_{max} (MPa) | $ls, máx$ (mm) | τ_{med} (MPa) |
|----------|--------------|--------------------|----------------|--------------------|
| $T250_1$ | 0.92 | 5.51 | 225.0 | 3.30 |
| | 10.00 | 5.00 | 137.5 | 3.44 |
| $T250_2$ | 0.76 | 5.51 | 225.0 | 2.96 |
| | 10.00 | 4.90 | 137.5 | 3.28 |

Estes valores de tensão média são bastante inferiores aos propostos pelo MC2010 para o cálculo da abertura de fendas $\tau_{bms} = 1.8 f_{ctm} = 5.22 \text{ MPa}$. Como nas análises das tensões na armadura deste tirante, devido à diminuição do comprimento de transferência, a tensão de aderência média ao longo do comprimento de transferência é maior no final da análise do que quando ocorre a tensão máxima na armadura.

A Fig. 5.11 apresenta os resultados para o deslizamento entre aço e betão.



(a) – T250₁ (As, min)



(b) – T250₂ (1.3 As, min)

Fig. 5.11 - Evolução do deslizamento ao longo do comprimento do tirante T250.

O deslizamento entre aço e betão apenas ocorre na proximidade das fendas. O deslizamento está relacionado com a abertura de fendas, por isso as fissuras que apresentam uma abertura de fendas maior são as que também apresentam um deslizamento maior. Assim, na Fig. 5.11 é possível visualizar qual o processo histórico de fissuração dos tirantes. Em (a) a aproximadamente 200 mm e 1700 mm e em (b) a 200 mm do comprimento do tirante, existem pequenas oscilações no gráfico que correspondem a zonas onde já se desenvolveu alguma fissuração em vários EF, porém ainda não ocorreu a fissuração total dessa coluna de EF.

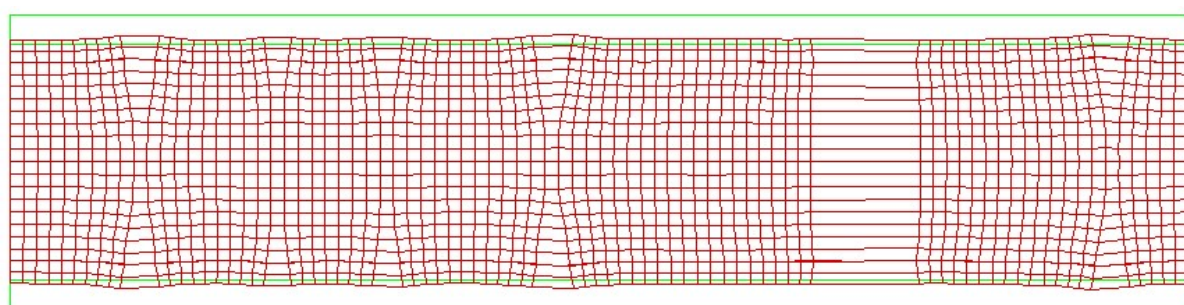
5.4. ANÁLISE DOS TIRANTES COM 500MM DE ESPESSURA, CONSIDERANDO OS EFEITOS DA FISSURAÇÃO

Neste subcapítulo são apresentados os resultados das análises do $T500_1$ e $T500_2$.

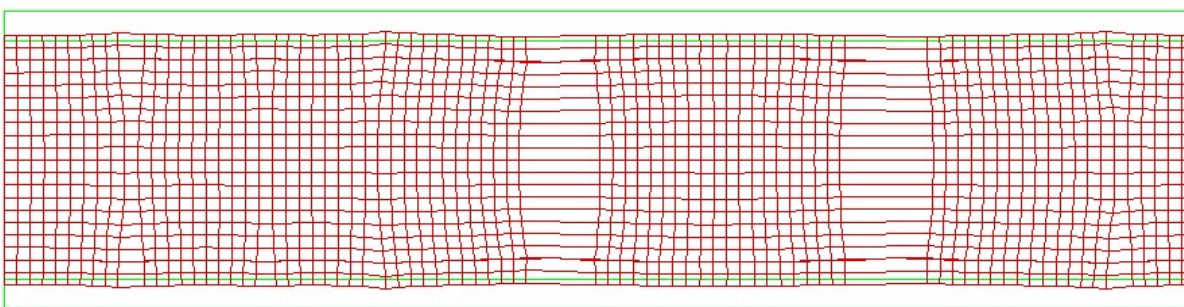
A estratégia de modelação adotada que conduz a melhores resultados tanto para o $T500_1$ como para o $T500_2$ de acordo com o definido no capítulo 3.5 é a estratégia (ii), que consiste em três colunas com quatro elementos finitos, distanciados a 500 mm.

5.4.1. FISSURAÇÃO

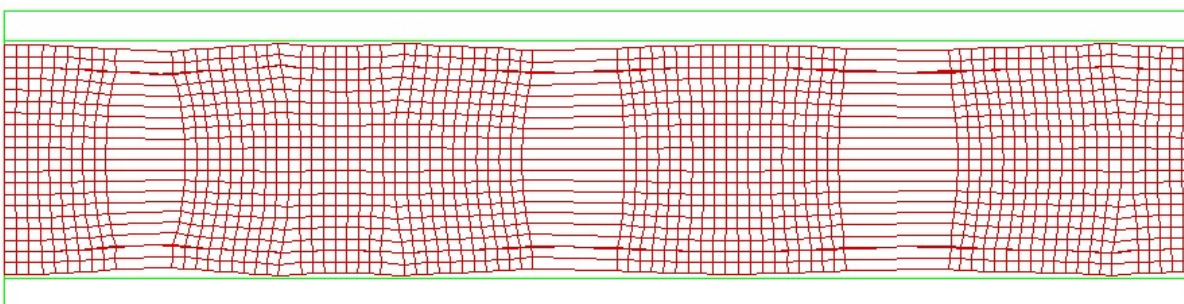
A Fig. 5.12 e Fig. 5.13 representam os resultados da fissuração para as análises $T500_1$ e $T500_2$.



(a) – 3 anos

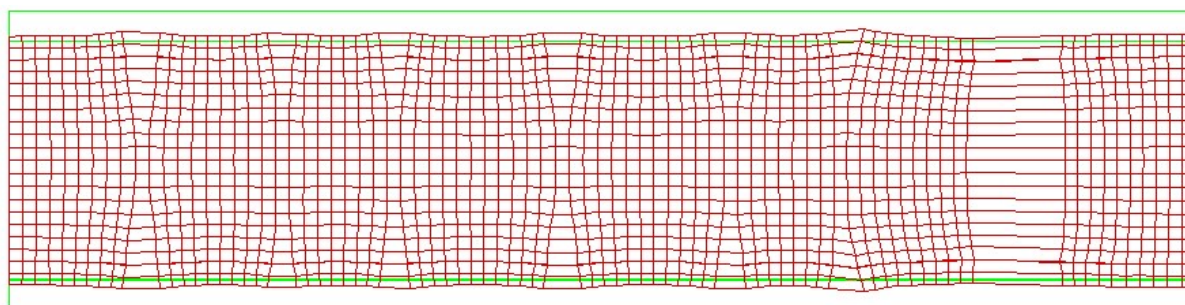


(b) – 10 anos

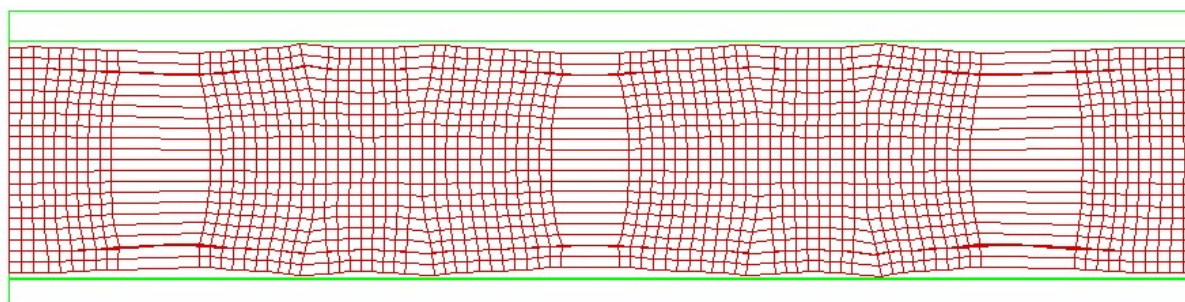


(c) – 50 anos

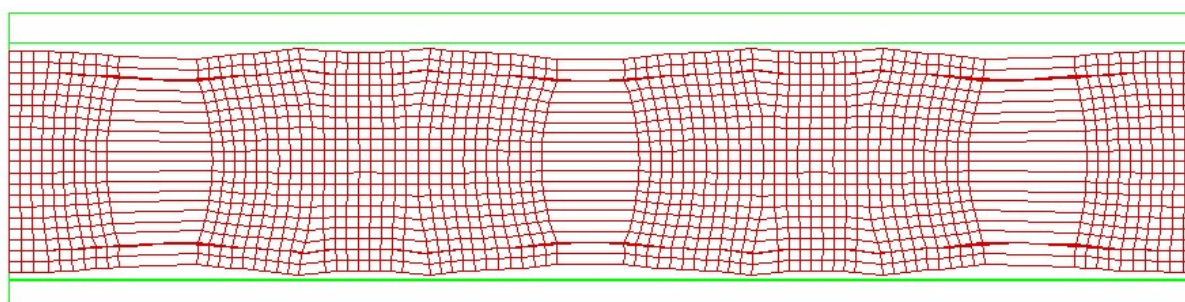
Fig. 5.12 - Deformação no $T500_1$ para vários instantes de tempo.



(a) – 3 anos



(b) – 10 anos



(c) – 50 anos

Fig. 5.13 - Deformação no T500₂.

Em ambas as análises ocorreu a fissuração completa de três colunas de EF. É interessante visualizar que, ao contrário do T250, na Fig. 5.12 e na Fig. 5.13 é possível dividir a fissuração em fissuras parciais e fissuras totais (correspondentes à fissuração completa de uma coluna de EF). O aumento de armadura faz com que as fissuras totais se dispersem mais ao longo do tirante, existindo entre cada fissura total duas colunas de fissuras parciais. Este efeito deve-se ao desenvolvimento da fissuração ao longo da espessura do tirante até à fissuração completa de uma coluna de EF. A fissuração inicia-se de igual forma para todas as colunas fissuradas (fissuras parciais com variação linear da sua abertura em profundidade – desenvolvimento triangular da fissuração). Após ocorrer a fissuração total da primeira coluna, existe uma diminuição substancial das tensões de tração em todo o elemento. Na secção da fissura total, a continuidade das forças passa a ser garantida pelas tensões na armadura. No betão envolvente, as fissuras parciais mais próximas da fissura total estabilizam, uma vez que é necessário um comprimento de transferência para que a transmissão de tensões, devido à aderência entre o aço e o betão, permita o desenvolvimento de tensões de tração suficientes para a fissuração de novos EF. No anexo B2, encontram-se representadas imagens da distribuição das tensões horizontais e principais para vários instantes de tempo facilitando a visualização deste fenómeno.

É visível que a abertura de fendas no núcleo do tirante é ligeiramente maior que na superfície, principalmente no final das análises. Este facto deve-se à existência das fissuras parciais ao longo da região mais superficial dos tirantes. A abertura dessas fissuras parciais faz com que, nas fissuras totais, a abertura mais próxima da superfície seja inferior à abertura no núcleo.

Na Fig. 5.14 são apresentados os valores de abertura de fendas na fissura mais condicionante (primeira fissura a atravessar toda a secção) para as duas quantidades de armadura.

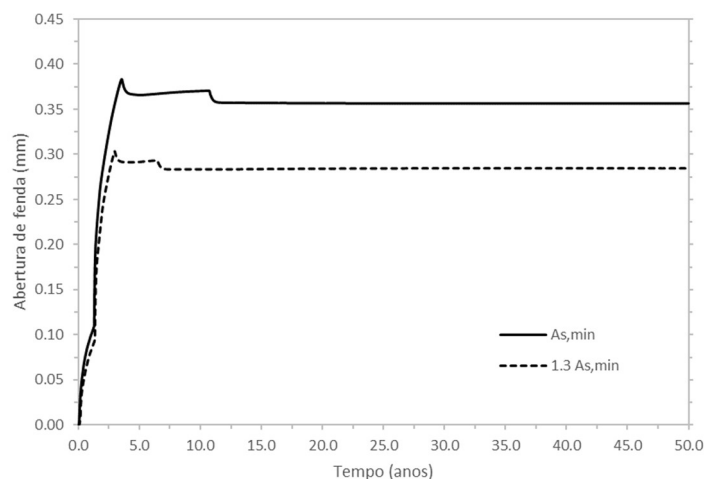


Fig. 5.14 – Abertura de fenda, para o T500₁ e para o T500₂, para a primeira fenda total que se forma.

A abertura de fendas ocorre de maneira idêntica à do T250, sendo alcançada uma abertura de fendas de aproximadamente 0.10 mm antes da fissuração total da primeira coluna de EF.

A tabela seguinte resume o tempo e a abertura de fendas na fenda mais condicionante, primeira fissura a atravessar toda a secção, para o instante em que se atinge o valor máximo de abertura da fenda e para o final da análise.

Tabela 5.6 – Resumo dos valores da abertura de fendas, no T500₁ e no T500₂, na primeira fenda total que se forma.

| Tirante | Tempo (anos) | Abertura de Fendas (mm) |
|-------------------|--------------|-------------------------|
| T500 ₁ | 3.58 | 0.384 |
| | 50.00 | 0.357 |
| T500 ₂ | 3.00 | 0.303 |
| | 50.00 | 0.284 |

O aumento de 30% da armadura fez com que a abertura de fendas máxima diminuiu-se 0.08 mm, sendo que a abertura final diminuiu 0.07 mm.

5.4.2. REAÇÃO NOS APOIOS

Na Fig. 5.15, em (a) estão representadas as reações no apoio até aos sete dias de análise e em (b) estão representadas as reações no apoio exclusivamente de tração ao longo do tempo total de análise.

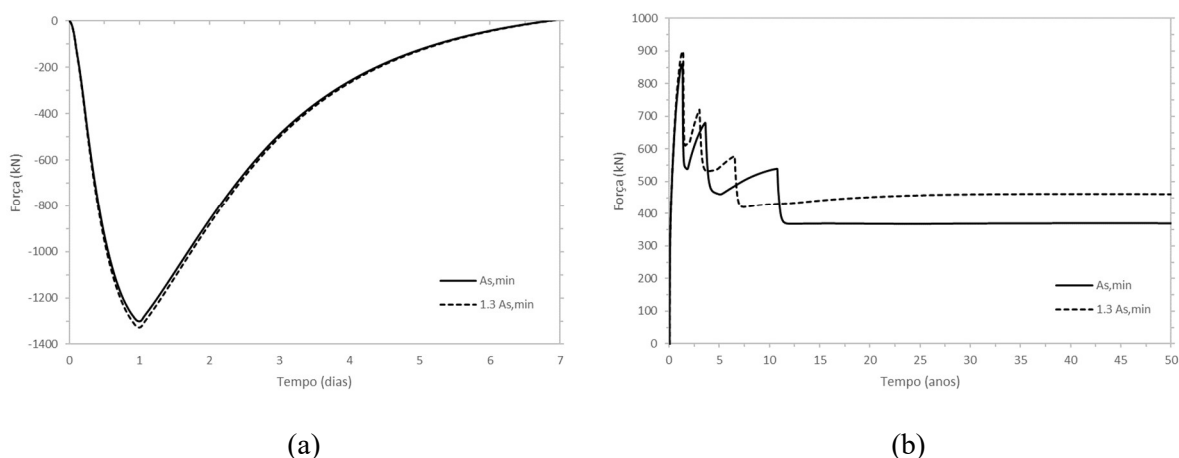


Fig. 5.15 - Evolução das reações nos apoios ao longo do tempo para os tirantes $T500_1$ e $T500_2$.

É possível ver que as reações nos apoios devido ao calor de hidratação do cimento são bastantes maiores que as do $T250$. O valor máximo de força de compressão atingido é de 1300 kN , enquanto que a reação de tração atinge um máximo de aproximadamente 900 kN . Este efeito valoriza a consideração do calor de hidratação em elementos espessos e os efeitos que estes podem ter nos apoios. Este fenómeno apresenta uma duração maior nos tirantes mais espessos como previsto no capítulo 4.

A tabela seguinte resume o processo de fissuração para ambas as análises.

Tabela 5.7 - Processo de fissuração nos tirantes $T500_1$ e $T500_2$ tendo em conta as reações de apoio.

| Tirante | 1ª Fenda | | 2ª Fenda | | 3ª Fenda | |
|----------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|
| | Tempo (anos) | Força (kN) | Tempo (anos) | Força (kN) | Tempo (anos) | Força (kN) |
| $T500_1$ | 1.30 | 860 | 3.58 | 680 | 10.75 | 539 |
| $T500_2$ | 1.38 | 897 | 3.00 | 721 | 6.50 | 579 |

Existe uma ligeira variação nas forças e no tempo de fissuração devido às quantidades de armadura, sendo que com mais armadura o valor para o qual ocorre a fissuração é maior, porém a fissuração total de novas colunas de EF é mais rápida do que para menores quantidades de armadura.

A tabela seguinte apresenta os valores das reações de apoio para o final de análise.

Tabela 5.8 - Reações de apoio no final da análise do $T500$.

| Tirante | Tempo (anos) | Força (kN) |
|----------|--------------|------------|
| $T500_1$ | 50 | 370 |
| $T500_2$ | 50 | 462 |

As forças no final da análise para o $T500_2$ são consideravelmente maiores que no $T500_1$.

5.4.3. TENSÃO NAS ARMADURAS

A Fig. 5.16 apresenta os resultados das tensões nas armaduras para as duas quantidades de armadura, para o tirante de 500 mm de espessura.

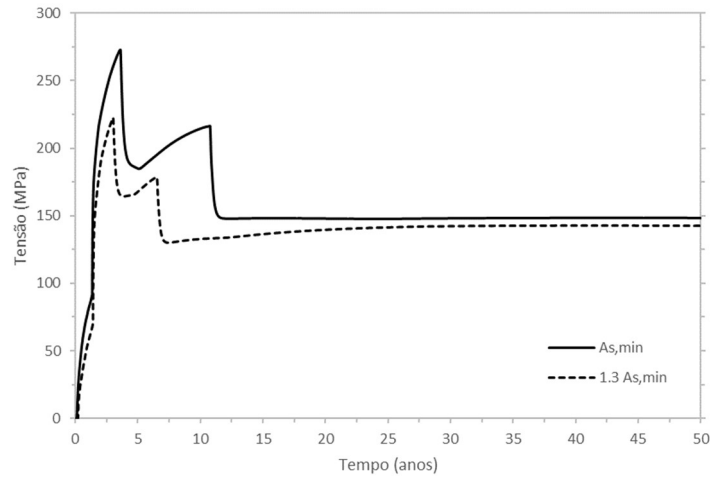
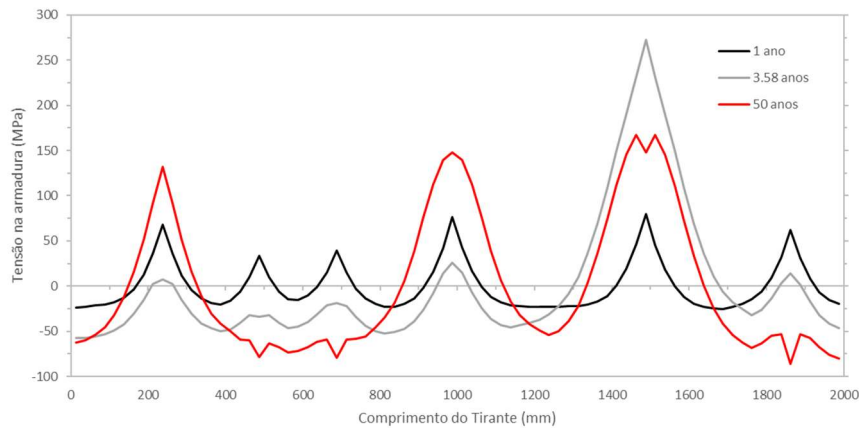


Fig. 5.16 - Variação da tensão na armadura na fenda mais condicionante da análise do T500.

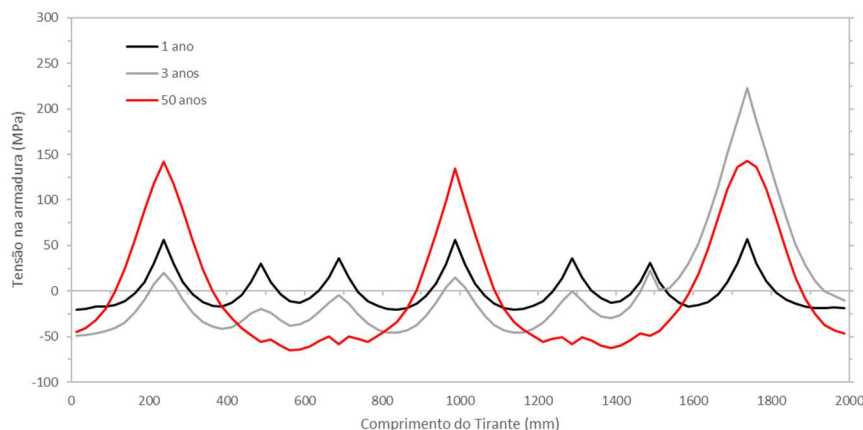
O aumento da quantidade da armadura faz com que a tensão máxima atingida diminua cerca de 50 MPa. A tensão na armadura para o final da análise é bastante semelhante para ambas as análises. No início, antes da fissuração total da primeira coluna de EF, a análise T500₁ chega a atingir valores de tensão na armadura de cerca de 80 – 90 MPa enquanto que a análise T500₂ apenas atinge tensões de 60 – 70 MPa

A Fig. 5.17 e Fig. 5.18 apresentam os resultados das tensões na armadura ao longo do comprimento total do tirante, para vários instantes de tempo.



T500₁ (As, min)

Fig. 5.17 - Evolução das tensões na armadura ao longo do comprimento do tirante T500₁.



T500₂ (1.3 As, min)

Fig. 5.18 - Evolução das tensões na armadura ao longo do comprimento do tirante *T500₂*.

É possível visualizar o efeito das tensões auto-equilibradas ao longo do comprimento de armadura. A tensão na armadura na zona das fissuras pequenas compreendidas entre as fissuras totais, antes da fissuração total da primeira coluna de EF, é positiva (tração) e no fim da análise é negativa (compressão).

A tabela seguinte resume os valores das tensões máximas e médias ao longo do comprimento de transferência.

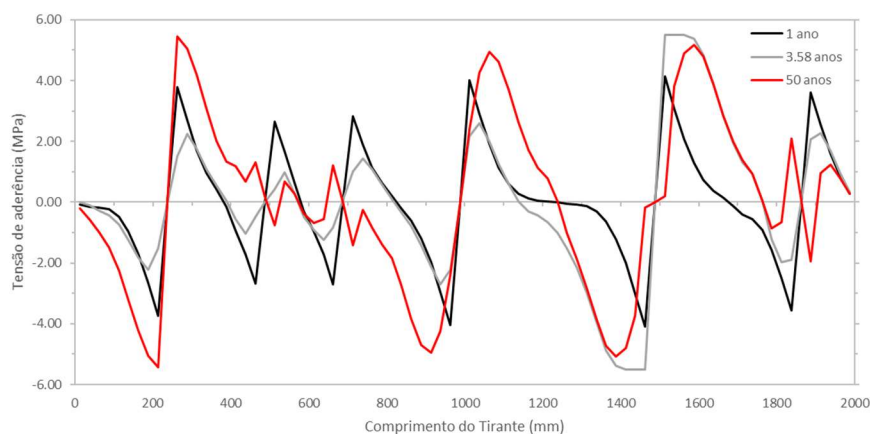
Tabela 5.9 - Tensões médias ao longo do comprimento de transferência para o *T500*.

| Tirante | Tempo (anos) | $\sigma_{s,max}$ (MPa) | $l_s, máx$ (mm) | $\sigma_{s,med}$ (MPa) |
|-------------------------|--------------|------------------------|-----------------|------------------------|
| <i>T500₁</i> | 3.58 | 273 | 312.5 | 65.2 |
| | 50.00 | 148 | 262.5 | 41.3 |
| <i>T500₂</i> | 3.00 | 223 | 237.5 | 77.7 |
| | 50.00 | 143 | 250.0 | 33.1 |

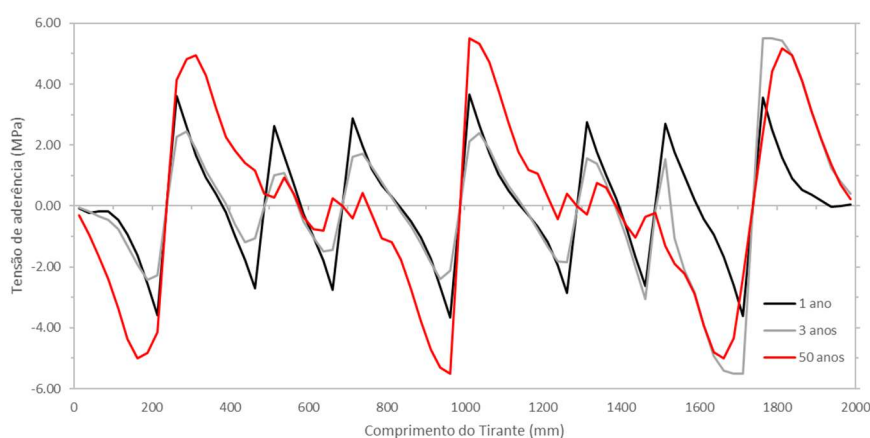
Para o *T500₁*, o comprimento de transferência tende a diminuir tal como previsto para o tirante de 250 mm, porém as tensões médias ao longo do comprimento de transferência são maiores para o instante em que ocorre a tensão máxima na armadura e não no final da análise. O *T500₂* apresenta um comprimento de transferência maior no final da análise do que no início, esta fissura encontra-se próxima dos apoios da direita, não sendo totalmente representado o comprimento de transferência desta. Devido a este facto os resultados dos valores médios para esta fenda neste tirante são alvo de alguma incerteza de precisão numérica.

5.4.4. TENSÃO DE ADERÊNCIA E DESLIZAMENTO AÇO-BETÃO

A Fig. 5.19 apresenta o gráfico das tensões de aderência aço-betão para os mesmos instantes de tempo apresentados no estudo da tensão máxima na armadura.



(a) – $T500_1$ (As, min)



(b) – $T500_2$ (1.3 As, min)

Fig. 5.19 - Evolução das tensões de aderência ao longo do comprimento do tirante T500.

Existe uma descontinuidade nos gráficos da tensão de aderência nas fissuras pequenas devido ao tamanho dos EF adotado não permitir um grande refinamento na caracterização do comportamento destas zonas, uma vez que o número de pontos de integração é limitado.

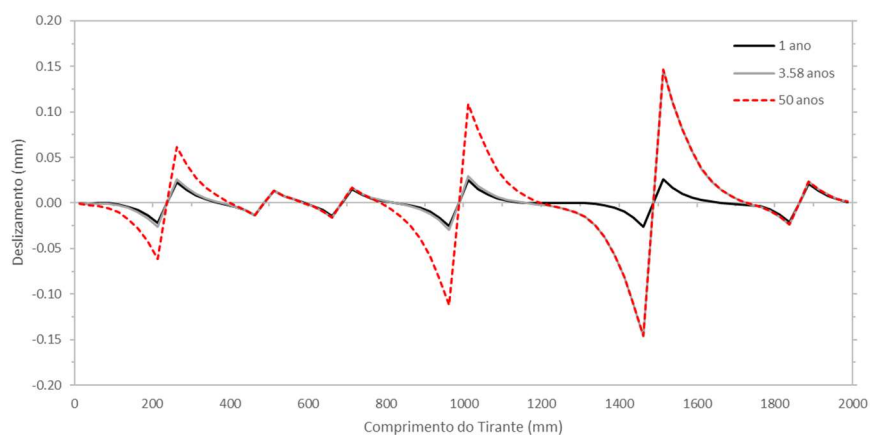
A tabela seguinte apresenta os valores médios e os máximos observados ao longo do comprimento de transferência.

Tabela 5.10 - Tensões de aderência ao longo do comprimento de transferência para o T500.

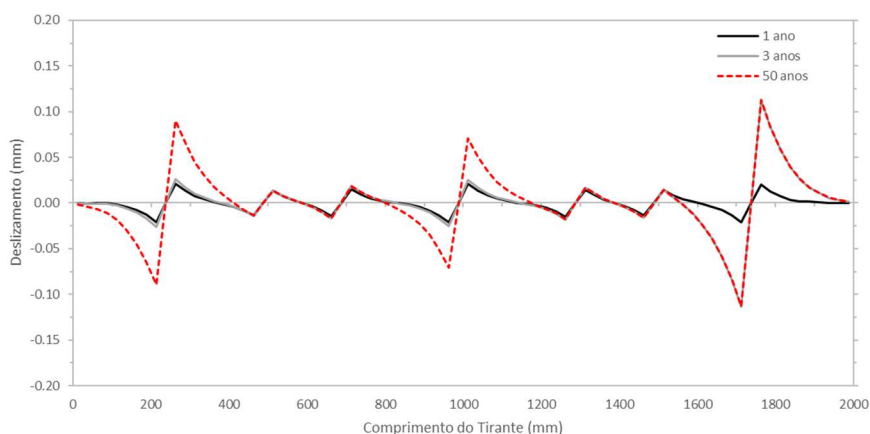
| Tirante | Tempo (anos) | τ_{max} (MPa) | $l_s, máx$ (mm) | τ_{med} (MPa) |
|----------|--------------|--------------------|-----------------|--------------------|
| $T500_1$ | 3.58 | 5.51 | 312.5 | 3.14 |
| | 50.00 | 5.20 | 262.5 | 2.77 |
| $T500_2$ | 3.00 | 5.51 | 237.5 | 3.35 |
| | 50.00 | 5.20 | 250.0 | 2.87 |

Tal como para as tensões na armadura, as tensões de aderência médias para o T500 são maiores quando é atingido o valor de tensão máxima na armadura comparativamente aos valores no final da análise.

A Fig. 5.20 apresenta o deslizamento entre o aço e betão.



(a) – T500₁ (As, min)



(b) – T500₂ (1.3 As, min)

Fig. 5.20 - Evolução do deslizamento ao longo do comprimento do tirante T500.

Verifica-se que o valor do deslizamento entre o aço e o betão nas fissuras parciais mantém-se praticamente constante ao longo de toda a análise.

5.5. ANÁLISE DOS TIRANTES COM 1000MM DE ESPESSURA, CONSIDERANDO OS EFEITOS DA FISSURAÇÃO

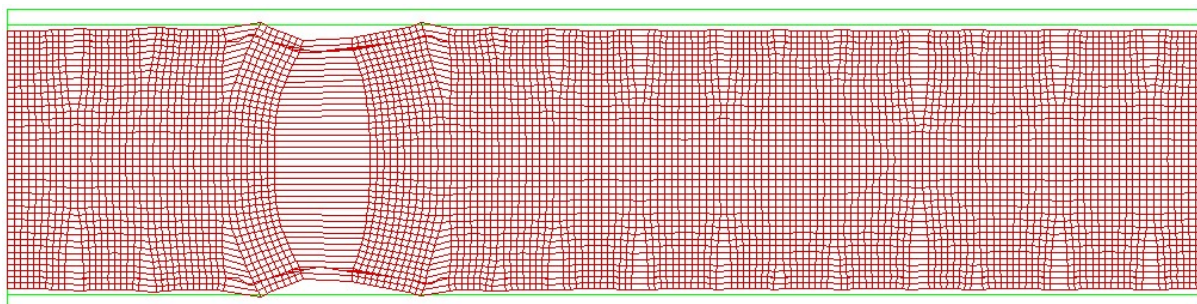
Neste subcapítulo são apresentados os resultados das análises do T1000₁ e T1000₂.

A estratégia de modelação adotada que conduz a melhores resultados tanto para o T1000₁ como para o T1000₂ de acordo com o definido no capítulo 3.5 é a estratégia (iii), que consiste em seis colunas com quatro EF espaçados a 500 mm.

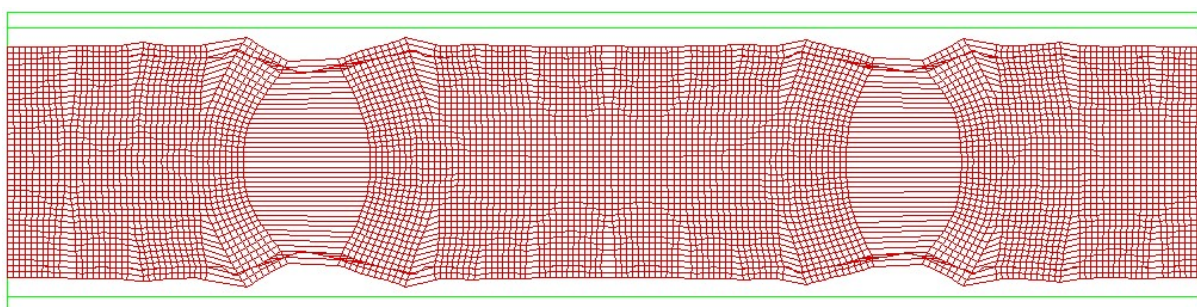
O comprimento total do tirante represado nas figuras é de quatro metros.

5.5.1. FISSURAÇÃO

A Fig. 5.21 e Fig. 5.22 apresentam os resultados para fissuração do tirante $T1000$.

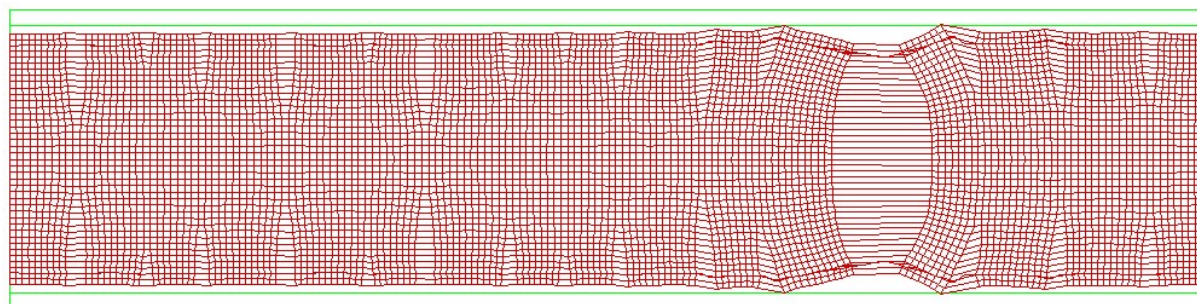


(a) – 10 anos

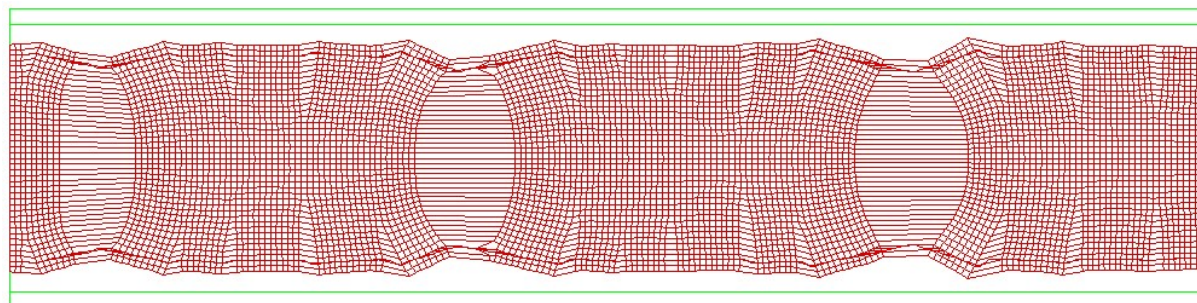


(b) – 50 anos

Fig. 5.21 - Deformação no $T1000_1$ para vários instantes de tempo



(a) – 10 anos



(b) – 50 anos

Fig. 5.22 - Deformação no $T1000_2$ para vários instantes de tempo.

A relação entre a abertura de fendas ao nível da armadura e no núcleo do tirante é aproximadamente metade. A variação da abertura das fissuras totais, ao longo da sua profundidade, está relacionada com a existência das fissuras parciais. O aumento da quantidade de armadura provoca o aumento do número de fissuras totais e diminui a distância entre estas.

A Fig. 5.23 mostra o valor de abertura de fendas para ambas as análises.

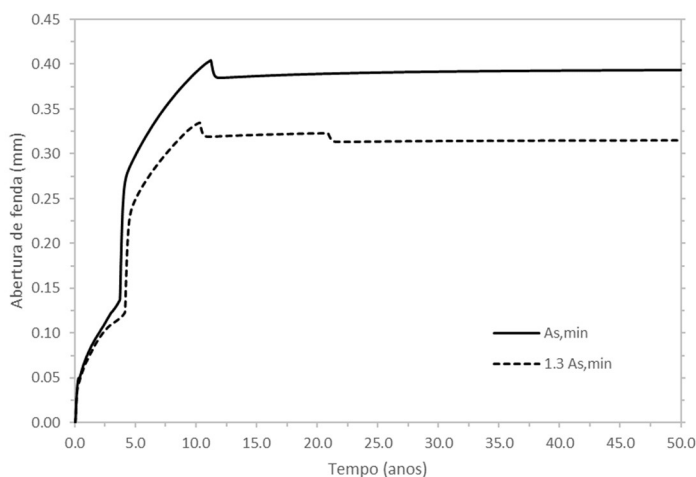


Fig. 5.23 - Abertura de fenda, para o $T1000_1$ e para o $T1000_2$, para a primeira fenda total que se forma.

Neste gráfico é possível visualizar melhor o processo de abertura de fendas, uma vez que o tempo entre a abertura da primeira e segunda fenda total, para cada análise, é consideravelmente maior. A fissura abre até um valor de aproximadamente 0.130 mm antes de ocorrer a fissuração total da primeira coluna de EF. Após a formação da primeira fissura total, a abertura de fendas desta assume valores um pouco inferiores a 0.300 mm evoluindo lentamente, numa escala de tempo que é facilmente visível ao contrario dos outros tirantes ($\sim 5 < t < \sim 10$ anos), até o valor máximo de abertura de fendas, que é atingido quando se forma a segunda fissura total. Após isso a abertura de fendas continua a evoluir muito lentamente até à fissuração da segunda coluna de EF. Após a fissuração desta o valor mantém-se aproximadamente constante sofrendo uma pequena quebra no caso de existir a fissuração de novas colunas.

A tabela seguinte apresenta os valores resumidos da abertura de fendas para o $T1000$.

Tabela 5.11 - Resumo dos valores da abertura de fendas, no $T1000_1$ e no $T1000_2$, na primeira fenda total que se forma.

| Tirante | Tempo (anos) | Abertura de Fendas (mm) |
|-----------|--------------|-------------------------|
| $T1000_1$ | 11.25 | 0.404 |
| | 50.00 | 0.394 |
| $T1000_2$ | 10.33 | 0.335 |
| | 50.00 | 0.315 |

Os resultados na tabela mostram que a abertura de fendas diminui após atingir o valor máximo, mas esta variação é menor que a dos tirantes anteriores. O aumento da quantidade de armadura provou uma diminuição da abertura de fendas em 0.07 mm .

5.5.2. REAÇÃO NOS APOIOS

Na Fig. 5.24, em (a) estão representadas as reações no apoio até aos sete dias de análise, em (b) estão representadas as reações no apoio exclusivamente de tração ao longo do tempo total de análise.

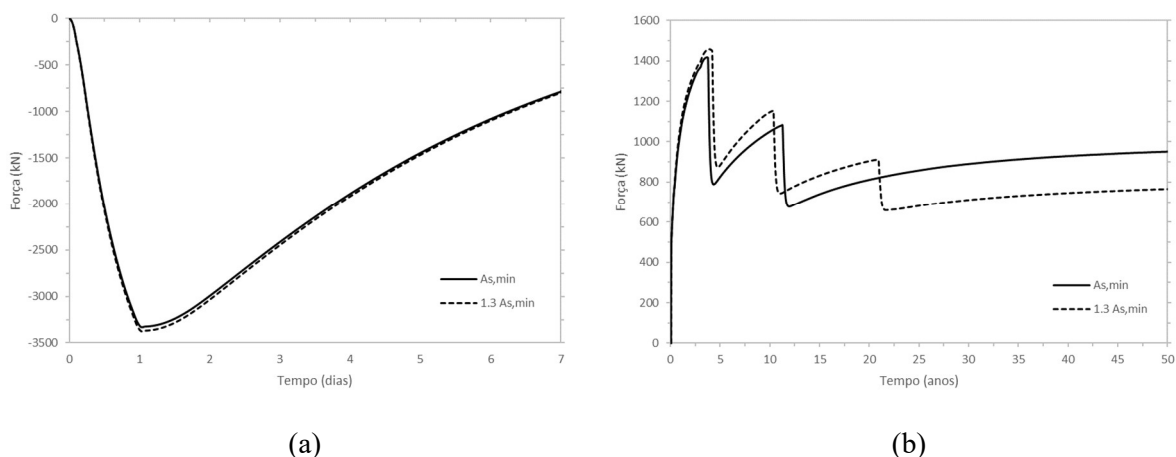


Fig. 5.24 - Evolução das reações nos apoios ao longo do tempo para os tirantes $T1000_1$ e $T1000_2$.

A figura (a) começa a ter uma forma menos parabólica com o aumento da espessura do tirante. O módulo das reações de compressão máximas nas primeiras idades é maior que o dobro das reações máximas de tração.

A tabela seguinte resume o processo de fissuração para ambas as análises.

Tabela 5.12 - Processo de fissuração nos tirantes $T1000_1$ e $T1000_2$ tendo em conta as reações de apoio.

| Tirante | 1ª Fenda | | 2ª Fenda | | 3ª Fenda | |
|-----------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|
| | Tempo (anos) | Força (kN) | Tempo (anos) | Força (kN) | Tempo (anos) | Força (kN) |
| $T1000_1$ | 3.58 | 1417 | 11.25 | 1083 | - | - |
| $T1000_2$ | 3.83 | 1456 | 10.33 | 1152 | 20.83 | 910 |

A tabela seguinte mostra as reações no final da análise.

Tabela 5.13 - Reações de apoio no final da análise do $T1000$.

| Tirante | Tempo (anos) | Força (kN) |
|-----------|--------------|------------|
| $T1000_1$ | 50 | 952 |
| $T1000_2$ | 50 | 765 |

A reação final no $T1000_1$ é superior à reação na formação da terceira fenda no $T1000_2$. Isto sugere que o tirante $T1000_1$ se encontra na iminência de se formar uma nova fenda. Essa nova fenda poderia ter ocorrido se o comprimento do tirante fosse ligeiramente superior.

5.5.3. TENSÃO NAS ARMADURAS

A Fig. 5.25 apresenta os resultados das tensões nas armaduras para as duas quantidades de armadura, para o tirante de 1000 mm de espessura.

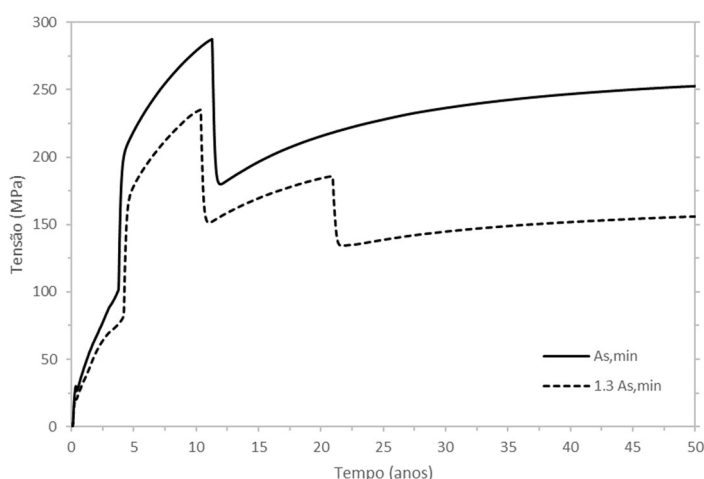
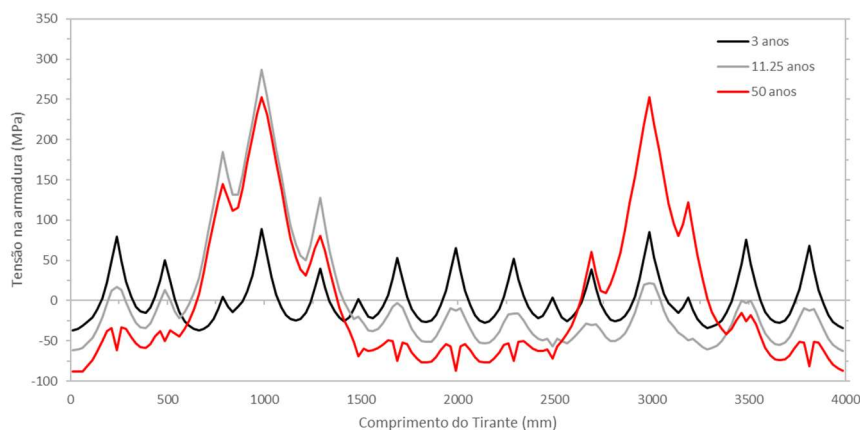


Fig. 5.25 - Variação da tensão na armadura na fenda mais condicionante da análise do $T1000$.

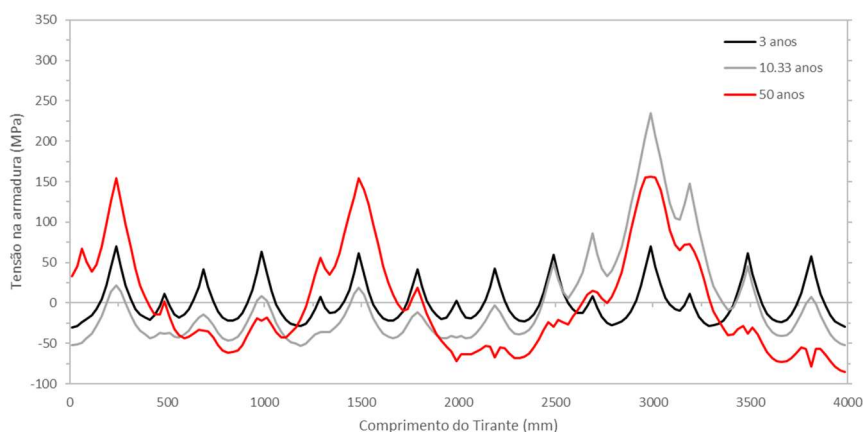
O aumento da quantidade da armadura faz com que a tensão máxima atingida diminua cerca de 50 MPa. A tensão na armadura para $A_{s,min}$ antes da abertura da primeira fissura é de 100 MPa enquanto que para $1.3 A_{s,min}$ é de 70 – 80 MPa.

A Fig. 5.26 e Fig. 5.27 apresentam os resultados das tensões na armadura ao longo do comprimento total do tirante, para vários instantes de tempo.



$T1000_1$ (A_s , min)

Fig. 5.26 - Evolução das tensões na armadura ao longo do comprimento do tirante $T1000_1$.



$T1000_2$ (1.3 As, min)

Fig. 5.27 - Evolução das tensões na armadura ao longo do comprimento do tirante $T1000_2$.

O comprimento de transferência para este tirante tende a ser mais pequeno, uma vez que as fissuras parciais se desenvolvem com uma pequena distância entre si na fase de formação de fendas. Na posição das fissuras parciais mais próximas de uma fissura total, a tensão na armadura tem geralmente um valor positivo, ao contrário do que acontece nos outros tirantes, porém estes valores tendem a diminuir da mesma forma que a tensão máxima diminui com o aumento do número de fissuras totais.

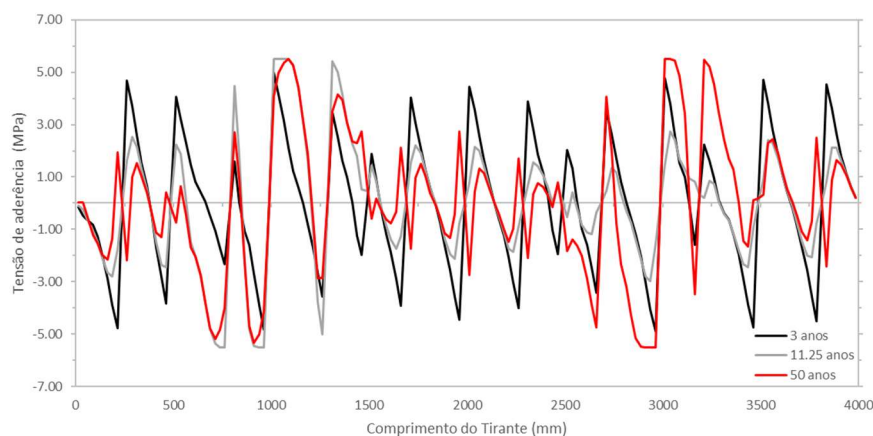
A tabela seguinte resume os valores da tensão média ao longo do comprimento de transferência e da tensão máxima.

Tabela 5.14 - Tensões médias ao longo do comprimento de transferência para o $T1000$.

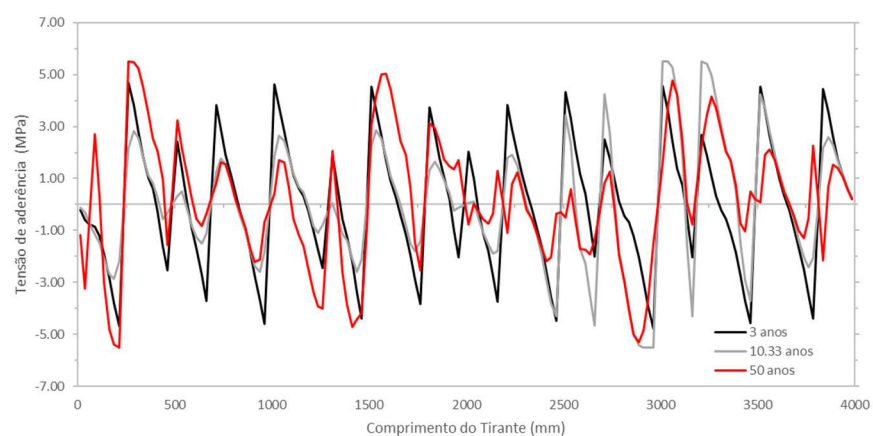
| Tirante | Tempo (anos) | $\sigma_{s,max}$ (MPa) | ls,max (mm) | $\sigma_{s,med}$ (MPa) |
|-----------|--------------|------------------------|---------------|------------------------|
| $T1000_1$ | 11.25 | 287 | 175.0 | 176.8 |
| | 50.00 | 252 | 187.5 | 151.6 |
| $T1000_2$ | 10.33 | 235 | 187.5 | 135.6 |
| | 50.00 | 156 | 187.5 | 94.4 |

5.5.4. TENSÃO DE ADERÊNCIA E DESLIZAMENTO AÇO-BETÃO

A Fig. 5.28 apresenta o gráfico das tensões de aderência aço-betão para os mesmos instantes de tempo apresentados no estudo da tensão máxima na armadura.



(a) – T1000₁ (As, min)



(b) – T1000₂ (1.3 As, min)

Fig. 5.28 - Evolução das tensões de aderência ao longo do comprimento do tirante T1000.

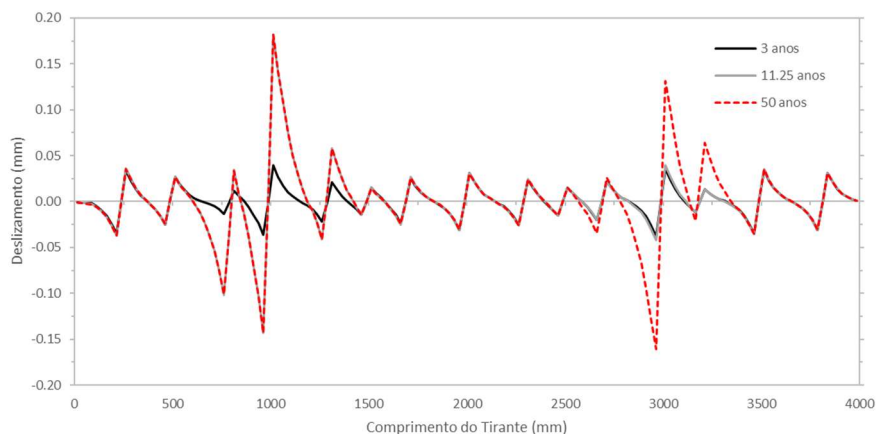
Existe uma grande variação nos gráficos devido à quantidade elevada de fendas existentes, sendo que o comprimento apresentado no gráfico é de quatro metros, ao contrário das outras análises que é de dois metros. As tensões de aderência assumem valores elevados nas fissuras parciais, isto porque estas apresentam uma profundidade maior nestes tirantes, comparativamente aos tirantes com 500 mm de espessura.

A tabela seguinte apresenta os resultados da média do módulo de valores médios e os valores máximos observados ao longo do comprimento de transferência.

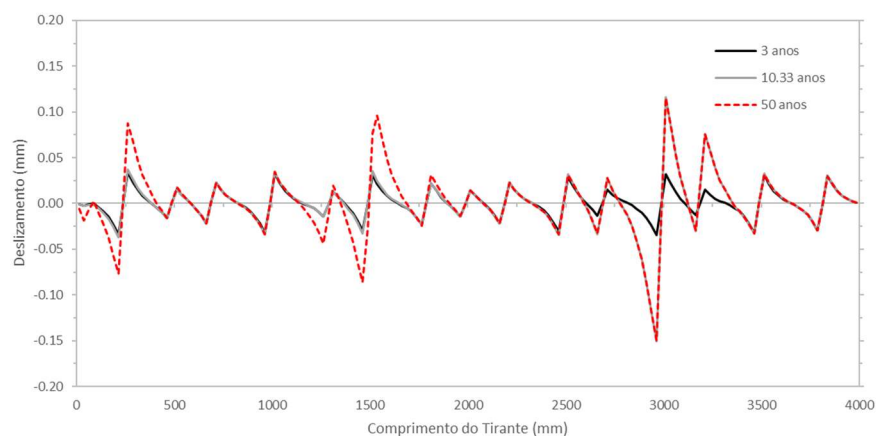
Tabela 5.15 - Tensões de aderência médias ao longo do comprimento de transferência para o T1000.

| Tirante | Tempo (anos) | τ_{max} (MPa) | $ls, máx$ (mm) | τ_{med} (MPa) |
|--------------------|--------------|--------------------|----------------|--------------------|
| T1000 ₁ | 11.25 | 5.51 | 175.0 | 4.23 |
| | 50.00 | 5.50 | 187.5 | 3.66 |
| T1000 ₂ | 10.33 | 5.51 | 187.5 | 3.78 |
| | 50.00 | 5.30 | 187.5 | 3.04 |

As tensões tangenciais médias assumem valores mais elevados que a dos tirantes com menor espessura. A Fig. 5.29 apresenta o deslizamento entre o aço e betão.



(a) – T1000₁ (As, min)



(b) – T1000₂ (1.3 As, min)

Fig. 5.29 - Evolução do deslizamento ao longo do comprimento do tirante T1000.

Como mencionado para o tirante T500, o deslizamento nas fissuras pequenas mantém-se praticamente constante ao longo de toda análise aumentando unicamente o deslizamento na secção da nova fissura. Os deslizamentos entre aço e betão para o T1000₁ são bastante superiores aos do T1000₂, uma vez que, para o primeiro existem duas fendas totais enquanto que no segundo existem três.

5.6. SÍNTESE E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DOS TRÊS TIRANTES

A Fig. 5.30 mostra a evolução das reações de apoio devido exclusivamente à hidratação do cimento para as três análises.

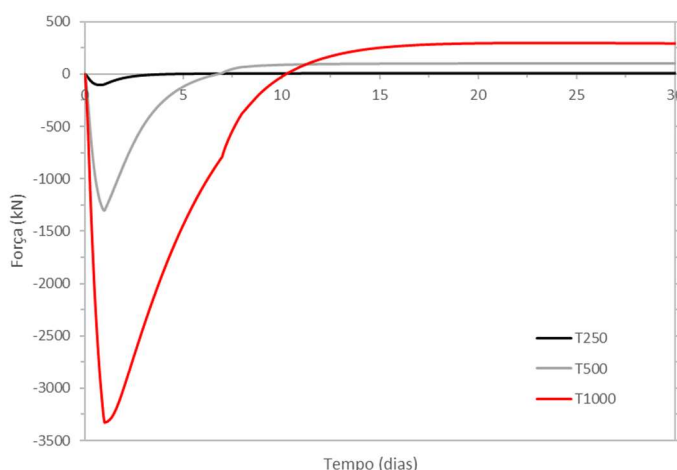


Fig. 5.30 – Reações de apoio devido exclusivamente à hidratação do cimento.

Nesta imagem visualiza-se a influência que a hidratação do cimento tem no processo de fissuração e a importância deste na análise da fissuração de elementos espessos. Para 30 dias de análise os correspondentes valores da reação de apoio são, para T250 cerca de 8 kN, para o T500 é de 100 kN e para o T1000 é 296 kN. Este efeito deve-se ao aumento de temperatura numa fase de menor rigidez do betão, com o arrefecimento a ocorrer numa fase mais rígida deste provocando um esforço de tração residual, traduzido por uma diminuição de volume do betão restringido.

A Fig. 5.31 compara as reações nos apoios (valores de tração) entre os três tirantes.

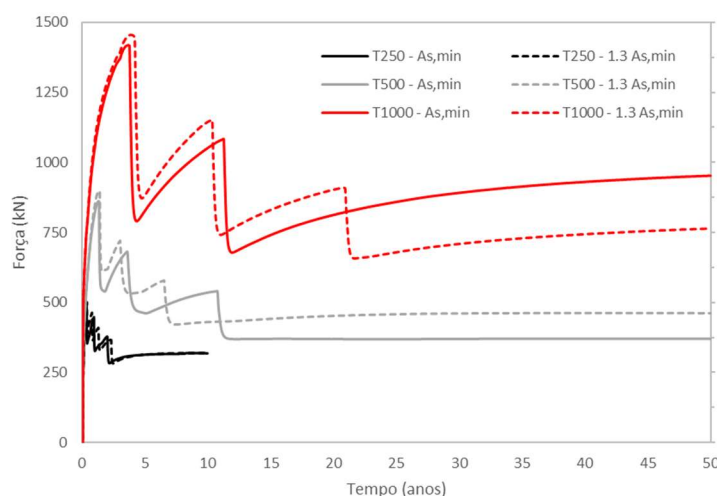


Fig. 5.31 – Reações nos apoios para os três tirantes.

A quebra de força no momento de fissuração tende a aumentar com o aumento da sua espessura. A variação do tempo de secagem em função da espessura, é visível pela retardação do tempo de fissuração com o aumento da espessura do elemento.

A Fig. 5.32 mostra as tensões nas armaduras para cada tirante. Em (a) para a armadura mínima e em (b) para uma área 30% superior a esta.

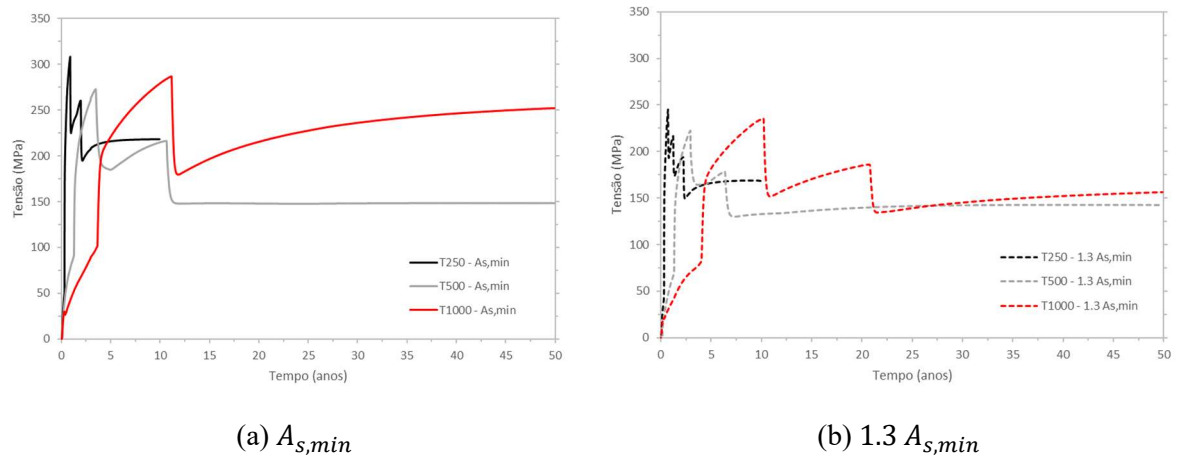


Fig. 5.32 – Tensões nas armaduras para os três tirantes, na primeira fenda total que se forma.

As tensões máximas nas armaduras quantificadas com base no mesmo critério, são semelhantes para as três análises, porém o valor de tensão verificado é muito menor do que o valor usado para quantificação de $A_{s,min}$ ($\sigma_s = 500 \text{ MPa}$). Apesar destas tensões serem semelhantes, a abertura de fendas aumenta ligeiramente com o aumento da espessura, o que leva a crer que, para além das tensões e do recobrimento, a espessura do elemento interfere ligeiramente na abertura de fendas. O aumento da quantidade de armadura para os três tirantes analisados, resulta numa redução percentual da abertura máxima de fendas e da tensão máxima na armadura, semelhante à percentagem do incremento desta.

6

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DAS ANÁLISES THM COM AS DISPOSIÇÕES NORMATIVAS

6.1. INTRODUÇÃO

Pretende-se neste capítulo fazer uma comparação entre os resultados obtidos nesta dissertação com os valores obtidos através dos códigos de projeto. Note-se que os códigos tendem a simplificar as modelações de maneira a obter-se valores conservativos no dimensionamento das estruturas. O conteúdo deste capítulo é direcionado exclusivamente aos resultados apresentados nesta dissertação para os tirantes estudados. Serve de base para casos práticos com condições semelhantes às envolvidas, não devendo os presentes resultados serem tomados como uma generalização para todos os casos de estudo.

Os códigos abordados neste capítulo são o EC2, o MC2010 e o Anexo Nacional da Alemanha do EC2 (GNAnnex). O GNAnnex é abordado pelo facto de conter informação para o dimensionamento da armadura mínima para elementos espessos diferente dos eurocódigos correntes. Nesta dissertação, considera-se as recomendações do GNAnnex conforme são descritas no trabalho de (Pérez Caldentey, Garcia e Corres Peiretti, 2018).

6.2. ARMADURA MÍNIMA PARA EVITAR CEDÊNCIA DO AÇO

Para elementos espessos, o GNAnnex propõe limitar uma altura efetiva à volta da armadura, calculando-se a armadura mínima com base numa área efetiva de betão tracionado, em vez da área total da secção multiplicada pelo coeficiente das tensões não uniformes auto-equilibradas (k). A equação (6.1) apresenta o cálculo dessa altura para tirantes.

$$h_{c,ef} = 2(h - d) + 0.1h \leq \begin{cases} 5(h - d) \\ h/2 \end{cases} \quad (6.1)$$

A Fig. 6.1 representa as diferenças entre o dimensionamento de armadura mínima para o critério de plastificação ($\sigma_s = 500 \text{ MPa}$), em função da espessura, segundo os critérios do EC2 e do GNAnnex.

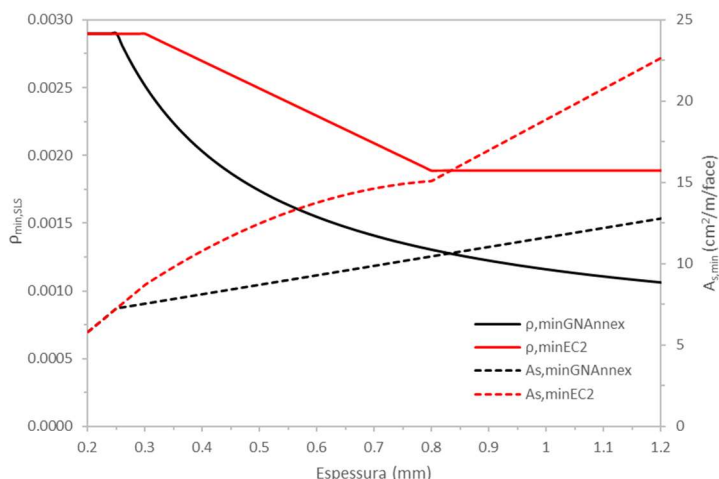


Fig. 6.1 – Dimensionamento de armadura mínima para $\sigma_s = 500 \text{ MPa}$ em função da espessura, segundo o EC2 e segundo o GNAnnex.

No gráfico é possível ver que a armadura mínima segundo o EC2 e o GNAnnex tende a ser igual até à espessura de 250 mm, seguindo curvas diferentes para espessuras superiores. O EC2 é mais conservativo que o GNAnnex. A tabela seguinte resume as quantidades de armaduras para os tirantes da presente dissertação segundo o EC2 e o GNAnnex.

Tabela 6.1 – Armadura mínima segundo o EC2 e o GNAnnex.

| Tirante | Armadura EC2 (cm²/m/face) | Armadura GNAnnex (cm²/m/face) | Relação GNAnnex/EC2 (%) |
|---------|------------------------------|----------------------------------|----------------------------|
| T250 | 7.25 | 7.25 | 100 |
| T500 | 12.47 | 8.70 | 69.77 |
| T1000 | 18.85 | 11.60 | 61.53 |

Segundo o GNAnnex, a armadura necessária para evitar a cedência do aço do T500 é 30% inferior à do EC2 e para o T1000 é quase 40% inferior.

6.3. ARMADURA NECESSÁRIA PARA LIMITAR A ABERTURA DE FENDAS

Pretende-se comparar os resultados obtidos com os resultados previstos no caso de se recorrer a um dimensionamento da armadura com imposição de um limite de abertura de fendas máximo usando o EC2 e o GNAnnex. Este propõe o dimensionamento de forma simplificada através de duas tabelas de onde é possível extrair a tensão máxima na armadura para um respetivo diâmetro ou espaçamento de varões. Estas tabelas têm por base pressupostos de dimensionamento que são diferentes dos adotados nesta dissertação, dessa maneira recorreu-se ao cálculo analítico da abertura de fendas conjugando a equação da abertura de fendas com a da armadura mínima, proposta pelo EC2 e pelo GNAnnex.

Os pressupostos considerados nestes novos cálculos baseados em regulamentos de projeto consistem em impor uma abertura de fendas de $0,300\text{ mm}$, calculada pela formulação proposta pelo EC2, considerando um afastamento livre entre os varões de $0,100\text{ m}$ e as equações para a quantificação da armadura propostas pelo EC2 e o GNAnnex.

Os resultados obtidos são apresentados na tabela seguinte.

Tabela 6.2 – Resultados do dimensionamento da armadura para controlo da fissuração segundo EC2 e o GNAnnex.

| | Tirante | Diâmetro (mm) | Afastamento livre entre varões (m) | A_s por metro ($\text{cm}^2/\text{m}/\text{face}$) | σ_s (MPa) | w_k (mm) |
|---------|---------|------------------|--|---|------------------|------------|
| EC2 | T250 | 16.71 | 0.100 | 18.80 | 193 | 0.300 |
| | T500 | 22.47 | 0.100 | 32.38 | 193 | 0.300 |
| | T1000 | 27.75 | 0.100 | 47.34 | 199 | 0.300 |
| GNAnnex | T250 | 16.71 | 0.100 | 18.80 | 193 | 0.300 |
| | T500 | 18.34 | 0.100 | 22.32 | 195 | 0.300 |
| | T1000 | 21.61 | 0.100 | 30.16 | 192 | 0.300 |

A tabela seguinte apresenta os resultados obtidos para os tirantes analisados no capítulo 5, com armadura 30% superior à armadura mínima de plastificação.

Tabela 6.3 – Resumo dos resultados das aberturas de fendas para armadura igual a $1.3 A_{s,min}$.

| Tirante | diâmetro (mm) | A_s (cm^2/face) | w_{max} (mm) | w_{50ANOS} (mm) |
|--------------------|------------------|--|----------------|----------------------|
| T250 ₂ | 11.57 | 9.425 | 0.269 | 0.254 |
| T500 ₂ | 15.44 | 16.21 | 0.303 | 0.284 |
| T1000 ₂ | 19.29 | 24.51 | 0.335 | 0.315 |

Na Tabela 6.3 é possível observar que os resultados do capítulo 5, conduzem a uma limitação da abertura de fendas muito próxima dos $0,30\text{ mm}$. Na Tabela 6.2, uma abertura de fendas próxima à dos resultados das análises THM, é prevista no T250 para o dobro da armadura. No caso do T500, o EC2 estima o dobro da armadura enquanto que o GNAnnex estima apenas 37% mais armadura. No caso do T1000 o EC2 estima 93% mais armadura, enquanto que o GNAnnex apenas 23 % acima desta. Tendo em conta os resultados das análises THM da presente dissertação, verifica-se que o EC2 requer aproximadamente o dobro da armadura necessária para limitar a mesma abertura de fendas, já o GNAnnex sobrestima no dobro a armadura para os tirantes de menor espessura, tal como EC2, aproximando-se das quantidades de armadura usadas na presente dissertação com o aumento da espessura do elemento.

6.4. FORÇAS DE FISSURAÇÃO

Neste subcapítulo apresenta-se uma comparação entre as forças de fissuração (reação de apoio) obtidas nas análises THM com os valores que resultam da aplicação do método do módulo efetivo ajustado (MMEA). Não se trata propriamente de uma comparação com disposições regulamentares (objetivo principal do presente capítulo), mas sim de uma comparação entre análises THM e valores estimados recorrendo a contas simples.

Nos cálculos baseados no MMEA, a área real da secção de betão é multiplicada pelo coeficiente k do EC2 para ter em conta o efeito das tensões não uniformes auto-equilibradas devido à espessura do tirante.

A formulação do MMEA é apresentada em (Sousa et al., 2017) e encontra-se no anexo A5.

A Fig. 6.2, Fig. 6.3 e Fig. 6.4 apresentam uma comparação entre os resultados deste método e os resultados das análises THM, para os três tirantes.

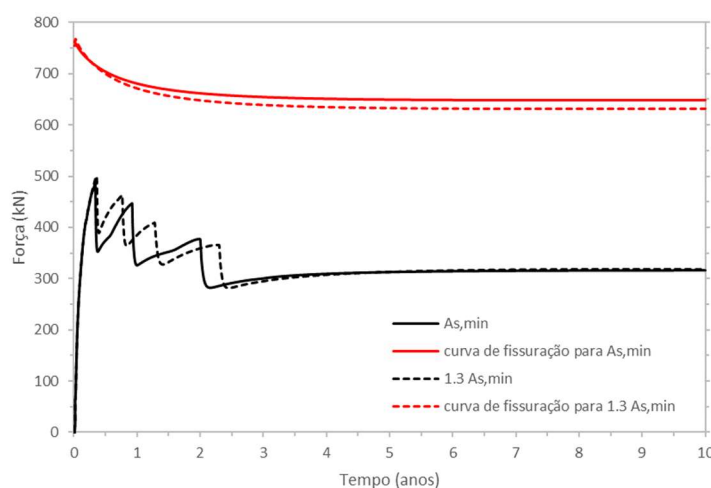


Fig. 6.2 – Comparação dos resultados das reações de apoio com os valores previstos para o T250.

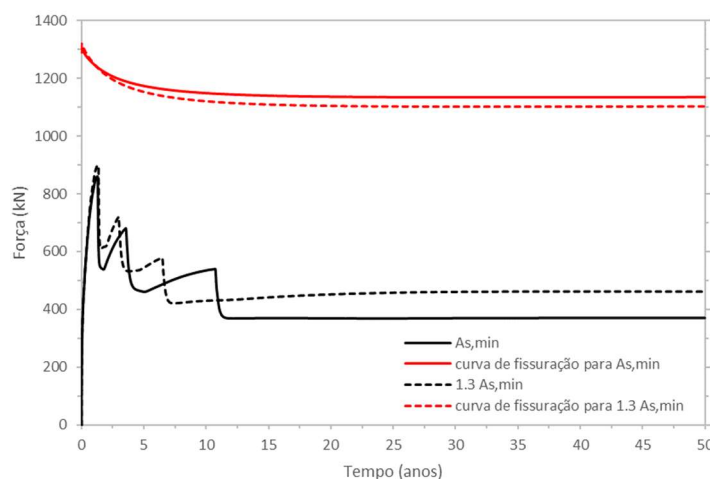


Fig. 6.3 - Comparação dos resultados das reações de apoio com os valores previstos para o T500.

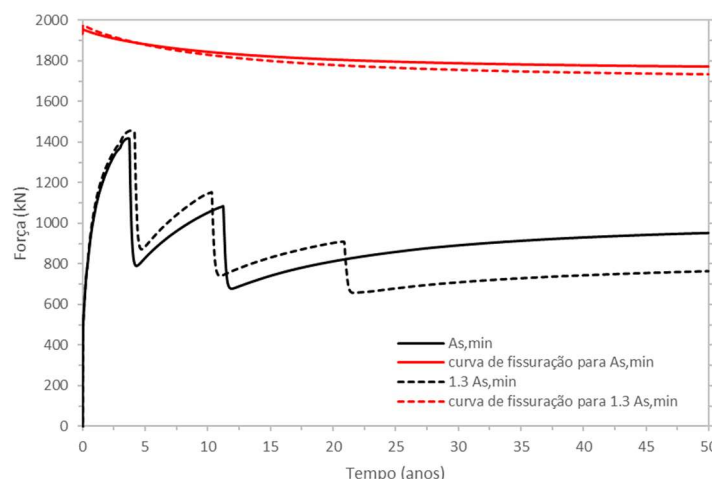


Fig. 6.4 - Comparação dos resultados das reações de apoio com os valores previstos para o T1000.

Os resultados são dispares uma vez que o MMEA não tem em conta, adequadamente, o efeito da evolução da fissuração ao longo da espessura do elemento.

Pode ser determinado o valor do coeficiente k que se for aplicado no MMEA, conduz a uma força de fissuração (na abertura da primeira fissura total) igual à obtida nas análises THM. Esse coeficiente é, nesta dissertação, designado por k_{THM} e o valor obtido é apresentado na Tabela 6.4. Como a força de fissuração obtidas nas análises THM com diferentes quantidades de armadura ($A_{s,min}$ e $1.3 A_{s,min}$) é muito semelhante, é usado nestes cálculos a força de fissuração obtida nas análises com uma armadura $A_{s,min}$.

Tabela 6.4 – Resultados obtidos para o coeficiente que considera o efeito das tensões uniformes auto-equilibradas.

| Tirante | Força (kN) | k_{EC2} | k_{THM} |
|--------------------|------------|-----------|-----------|
| T250 ₁ | 485 | 1.00 | 0.669 |
| T500 ₁ | 860 | 0.86 | 0.593 |
| T1000 ₁ | 1417 | 0.65 | 0.489 |

Pode observar-se que os valores obtidos para k_{THM} são bastantes inferiores aos valores de k propostos pelo EC2 para efeitos de quantificação de armadura mínima. No entanto, é importante frisar que, nas análises THM realizadas nesta dissertação, é considerado um conjunto específico de propriedades materiais e condições ambientais. Por isso, os resultados aqui obtidos não podem ser generalizados.

6.5. TENSÕES MÉDIAS AO LONGO DO COMPRIMENTO DE TRANSFERÊNCIA

É realizada uma comparação entre os valores das tensões médias obtidas no capítulo 5 para o final das análises THM, com os valores sugeridos pelo MC2010 para quantificação da abertura de fendas.

Os valores propostos pelo MC2010, para quantificação da abertura de fendas a longo prazo, são $\tau_{bms} = 1.8 f_{ctm}$ e $\beta = 0.6$.

A tabela seguinte apresenta a comparação entre ambos os resultados.

Tabela 6.5 – Comparação entre os resultados THM e os valores previstos pelo MC2010.

| <i>Tirante</i> | Resultados THM | | MC2010 | |
|---------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------------|-------------------|
| | $l_{s,m\acute{a}x}(mm)$ | $\tau_{bms}(MPa)$ | $l_{s,m\acute{a}x}(mm)$ | $\tau_{bms}(MPa)$ |
| <i>T250</i> ₁ | 137.5 | 3.44 | 286.34 | 5.22 |
| <i>T500</i> ₁ | 262.5 | 2.77 | 230.13 | 5.22 |
| <i>T1000</i> ₁ | 187.5 | 3.66 | 195.81 | 5.22 |
| <i>T250</i> ₂ | 137.5 | 3.28 | 257.34 | 5.22 |
| <i>T500</i> ₂ | 250.0 | 2.87 | 207.63 | 5.22 |
| <i>T1000</i> ₂ | 187.5 | 3.04 | 218.02 | 5.22 |

Os resultados mostram que para ambas as análises realizadas no *T250* e o *T500* os valores da tensão tangencial média das análises THM é bastante inferior às tensões tangencias médias propostas pelo MC2010. Nos resultados obtidos na presente dissertação, não é possível estabelecer qualquer relação fidedigna entre os comprimentos de transferência das análises THM e os comprimentos de transferência calculados segundo o MC2010.

7

CONCLUSÕES

7.1. CONCLUSÕES GERAIS

Esta dissertação permite compreender melhor o comportamento à fissuração de elementos de betão armado com diferentes espessuras, sujeitos a deformação restringida desde a betonagem e comparar os valores obtidos com os códigos de projeto. As conclusões apresentadas a seguir são relativas aos resultados e aos casos de estudo apresentados nesta dissertação.

Conclui-se que a hidratação do cimento é um fenómeno muito importante em estruturas espessas restringidas desde as primeiras idades, sendo que o efeito da fluência diminui substancialmente as tensões nos primeiros dias, existindo um esforço de tração residual no elemento após a hidratação do cimento.

A retração é um fenómeno lento, devido sobretudo à dissipação da água ao longo da espessura do elemento. No entanto foram consideradas várias simplificações nos modelos adotados, tal como, condições atmosféricas constantes ao longo do tempo e o próprio efeito da fissuração, visto que, é considerado um modelo da difusão da água através de um fluxo unidirecional e após a fissuração, a dissipação da água deixa de ser exclusivamente pelas faces expostas, uma vez que as fendas passam a influenciar o processo de difusão.

As tensões variam ao longo da espessura do elemento tendendo no início da análise a ser maiores nas camadas superficiais e no final da análise a ser maiores no núcleo do tirante.

A fissuração em elementos sujeitos exclusivamente a tração é um processo de difícil modelação, atendendo à variabilidade de alguns dos fenómenos que se verificam neste processo. Após a descofragem, existem tensões de tração elevadas, que causam uma micro-fissuração prematura nas camadas superficiais devido à secagem praticamente instantânea desta camada. A fissuração desenvolve-se em profundidade, ao longo da espessura do elemento, assumindo sempre maior abertura de fendas na face exposta antes de serem formadas fissuras totais que atravessem toda a espessura do elemento. Após essa formação, ocorrem importantes redistribuições de tensões na estrutura. Em elementos menos espessos a abertura de fendas tende a ser idêntica ao longo da espessura. Em estruturas mais espessas existe uma variação não linear da abertura da fenda, sendo a abertura no núcleo do elemento superior à abertura na superfície. O tempo de ocorrência da fissuração e o estado da secagem do elemento nesse instante, provoca diferenças entre as aberturas de fendas à superfície e no núcleo do tirante, isto devido ao efeito da retração não restringida no núcleo do elemento.

As reações nos apoios necessárias para a formação de novas fendas diminuem com o número de fissuras existentes, sendo por isso a reação máxima existente no tirante o instante da abertura da primeira fissura total.

As tensões na armadura aumentam drasticamente no instante em ocorre a abertura de fendas, contudo continuam a aumentar ao longo do tempo e só atingem o valor máximo quando ocorre a fissuração total de uma segunda coluna de EF. Este fenómeno deve-se ao facto de ainda existir capacidade resistente na armadura. Se esta plastificasse ocorreria exclusivamente a abertura da primeira fissura, uma vez que o elemento passaria a comportar-se como a ligação de dois elementos não restringidos, por outras palavras o aço continuaria a suportar a força de cedência e toda extensão por retração a partir do instante de plastificação da armadura concentrar-se-ia exclusivamente na abertura da primeira fenda. No caso de não ser atingida a cedência, após a formação da segunda fenda a tensão na armadura diminui significativamente e mantém-se menor que a tensão máxima até ao final da análise.

As tensões nas armaduras ao longo do seu comprimento são auto-equilibradas, por isso, sempre que existe uma fissura irá existir armadura tracionada na zona da fissura e armadura comprimida ao longo do determinado comprimento do tirante.

A quantidade de armadura influencia as tensões máximas verificadas nesta, sendo que maiores quantidades de armadura conduzem a menores tensões. As tensões a longo prazo são influenciadas pela fissuração e pelo tempo em que esta ocorreu, sendo que quanto maior for o número de fissuras para a mesma quantidade de armadura, menor serão as tensões nesta no final da análise.

A abertura de fendas na face exposta depende da área, do perímetro e da aderência da armadura usada, do recobrimento, do tipo de betão e da retração deste, sendo o instante de tempo da formação da fissura importante para o cálculo da contribuição desta no núcleo dos elementos espessos.

As tensões máximas obtidas na armadura, em análises THM considerando armadura quantificada através do EC2 pelo critério de não plastificação, são muito inferiores aos valores de plastificação da armadura.

Nas análises THM em que foi adotada uma armadura 30% superior à armadura mínima de plastificação, a abertura da fenda mais condicionante tende a ser aproximadamente igual a 0.30 mm, sendo que a armadura necessária segundo os códigos de projeto para cumprir este requisito é bastante superior a esta.

As forças de fissuração obtidas nas análises THM são bastante menores que as calculadas pelo MMEA, o que mostra a importância da variação da extensão de retração ao longo da espessura do tirante, com a consequente propagação de fissuras a partir da superfície de betão.

Os resultados das análises THM obtidos nesta dissertação sugerem então que a armadura necessária para controlo da fissuração, em elementos espessos, é significativamente inferior aos valores propostos pelo EC2. Isto mostra que esta linha de investigação deve ser aprofundada. No entanto, foi considerado, nas análises efetuadas, um conjunto específico de propriedades dos materiais e de condições ambientais, e por isso estes resultados não podem ser generalizados. Um dos aspetos que seria importante aprofundar é a validação da metodologia de análise THM que foi usada nesta dissertação através da comparação com evidências experimentais obtidas em estruturas reais. Os dados experimentais deste tipo, existentes atualmente, são muito escassos.

7.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Os resultados desta dissertação sugerem que as equações dos códigos são muito conservativas para os casos apresentados.

Deste ponto de vista, seria interessante analisar tirantes com diferentes quantidades de armaduras, espessuras e materiais, de maneira a validar os resultados obtidos nesta dissertação e permitir tirar conclusões generalizadas acerca do dimensionamento da armadura mínima e controlo da fissuração.

Sugere-se a realização de ensaios experimentais que permitam a caracterização exata da evolução do módulo de elasticidade do betão, da retração de secagem e outras propriedades que foram modeladas através de fórmulas simplificadas, de maneira a obter-se resultados mais rigorosos.

A realização de análises de estruturas restringidas desde as primeiras idades sujeitas a diferentes tipos de ações, tal como à flexão composta, e com diferentes tipos de restringimento.

A realização do estudo da variação no faseamento construtivo e alteração das condições do ambiente exterior.

A utilização de diversos modelos, tais como as leis de fluência, e a sua influência nas tensões devidas ao calor de hidratação e implicações nos resultados obtidos a longo prazo.

O desenvolvimento de uma base de dados que permita englobar um universo de resultados, que possam ser equiparáveis a casos reais no mundo da construção, permitindo aos projetistas dimensionamentos mais eficazes e sustentáveis.

Em elementos espessos poderá ser necessária a distribuição da armadura por duas camadas. Seria interessante o estudo dos efeitos que pode ter o uso da mesma quantidade de armadura numa só camada ou distribuída por várias camadas.

Referências Bibliográficas

- AZENHA, M. (2004) - Comportamento do betão nas primeiras idades fenomenologia e análise termo-mecânica. Porto: [s.n.].
- (2009) - Numerical Simulation of the Structural Behaviour of Concrete Since its Early Ages. Porto: PhD.
- AZENHA, M. [et al.] (2017) - Experimental validation of a framework for hygro-mechanical simulation of self-induced stresses in concrete. Cement and Concrete Composites. 80: 41-54.
- AZENHA, M. [et al.] (2011) - Thermo-hygro-mechanical modelling of self-induced stresses during the service life of RC structures. Engineering Structures. 33:12. 3442-3453. ISSN 0141-0296.
- BAŽANT, ZP (1988) - Material models for structural creep analysis. Mathematical modeling of creep and shrinkage of concrete, ed. ZP Bazant. John Wiley & Sons, New York, USA.
- BAŽANT, ZP; NAJJAR, LJ (1972) - Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete. Matériaux et Construction. 5:1. 3-20. ISSN 0025-5432.
- BENTUR, A. (2003) - Report 25: Early Age Cracking in Cementitious Systems - Report of RILEM Technical committee TC 181-EAS: Early age cracking shrinkage induced stresses and cracking in cementitious systems. RILEM Publ. ISBN 9782912143334.
- BERGMAN, T. L. [et al.] (2011) - Fundamentals of heat and mass transfer. John Wiley & Sons. ISBN 0470501979.
- BRANCO, F. A.; MENDES, P.; MIRAMBELL, E. (1992) - Heat of hydration effects in concrete structures. Materials Journal. 89:2. 139-145. ISSN 0889-325X.
- CARETTE, J.; STAQUET, S. (2015) - Monitoring the setting process of mortars by ultrasonic P and S-wave transmission velocity measurement. Construction and Building Materials. 94: 196-208. ISSN 0950-0618.
- CARVALHO, R. (2017) - Rumo à análise 3D pelo método dos elementos finitos do efeito combinado de ações diretas e da retração impedida em lajes de betão armado. Escola de Engenharia: Universidade do Minho.
- CEB-FIP, International Federation for Structural Concrete (2013) - Model Code for Concrete Structures 2010.
- CLAUS, T. (2009) - Non-Linear Finite Element Analysis of Shear Critical Reinforced Concrete Beams. Delft University of Technology, Delft.
- DE SCHUTTER, G.; KOVLER, K. (2003) - 4.3 SHORT-TERM MECHANICAL PROPERTIES. Report 25: Early Age Cracking in Cementitious Systems-Report of RILEM Technical committee TC 181-EAS: Early age cracking shrinkage induced stresses and cracking in cementitious systems. 25: 101. ISSN 2912143330.
- DIANA (2016) - DIANA User's Manual DIANA FEA BV
- EN, NP (1992) - 1-1 (2010) Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios. Instituto Português da Qualidade.
- FAVRE, R. (1997) - Dimensionnement des structures en béton: aptitude au service et éléments de structures. Presses polytechniques et universitaires romandes. ISBN 9782880743307.
- FELISBERTO, E. (2015) - Análise de lajes maciças de edifícios atendendo aos efeitos da retração restringida e às ações gravíticas. Porto: FEUP. 1 DVD (125 p.)-1 DVD (125 p.) p.
- GARDNER, N. J. (2000) - Design Provisions for Shrinkage and Creep of ConcreteDesign Provisions for Shrinkage and Creep of ConcreteDesign Provisions for Shrinkage and Creep of Concrete. Special Publication. 194: 101-134.

- GILBERT, R. I.; RANZI, G. (2010) - Time-Dependent Behaviour of Concrete Structures. Taylor & Francis. ISBN 9780203879399.
- GRANJA, J. (2016) - Continuous characterization of stiffness of cement-based materials: experimental analysis and micro-mechanics modelling. Universidade do Minho. PhD.
- HANSEN, W. (1987) - Constitutive model for predicting ultimate drying shrinkage of concrete. Journal of the American Ceramic Society. 70:5. 329-332. ISSN 1551-2916.
- HILSDORF, HK (1995) - Concrete Structures Euro-Design Handbook. Ernst & Sohn Verlag, Berlin.
- KANSTAD, T. [et al.] (2003) - Mechanical properties of young concrete: Part II: Determination of model parameters and test program proposals. Materials and Structures/Materiaux et Constructions. 36:258. 226-230.
- KIM, J-K; LEE, C-S (1998) - Prediction of differential drying shrinkage in concrete. Cement and Concrete Research. 28:7. 985-994. ISSN 0008-8846.
- KRAUß, M.; HAIRIRI, K.; ROSTÁSY, F. (2001) - Non-destructive assessment of mechanical properties of concrete at very early ages by US techniques-Method, results and modelling. IPACS Document, Task. 2:
- KWAK, H-G; HA, S-J; KIM, J-K (2006) - Non-structural cracking in RC walls: Part I. Finite element formulation. Cement and Concrete Research. 36:4. 749-760. ISSN 0008-8846.
- LARSON, M. (2003) - Thermal crack estimation in early age concrete : models and methods for practical application. Lulea.: PhD.
- LEONHARDT, F. (1976) - Rissebeschränkung. Beton-und Stahlbetonbau. 71:1. 14-20. ISSN 0005-9900.
- LURA, P. (2000) - Autogenous deformation and internal curing of concrete. Delft: Doctoral Thesis.
- OLUOKUN, F. A.; BURDETTE, E. G.; DEATHERAGE, J. H. (1991) - Elastic modulus, Poisson's ratio, and compressive strength relationships at early ages. Materials Journal. 88:1. 3-10. ISSN 0889-325X.
- PÉREZ CALDENTEY, A.; GARCIA, R.; CORRES PEIRETTI, H. (2018) - Minimum reinforcement revisited. Structural Concrete. ISSN 1464-4177.
- RASMUSSEN, AB (2012) - Analytical and Numerical Modeling of Reinforced Concrete in Serviceability Limit State. Thesis, Aarhus University.
- RUIZ, M. F. (2003) - Evaluación no lineal de los efectos estructurales producidos por las deformaciones diferidas del hormigón y el acero. E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos (UPM). PhD.
- SILVA, V. D. (2004) - Mecânica e resistência dos materiais. ISBN 9729815518.
- SOUSA, C. (2004) - Continuidade estrutural em tabuleiros de pontes construídos com vigas pré-fabricadas soluções com ligação em betão armado. Porto: FEUP. XVI, 235 p.-XVI, 235 p. p.
- SOUSA, C. [et al.] (2017) - A formulation to reduce mesh dependency in FE analyses of RC structures under imposed deformations. Engineering Structures. 132: 443-455. ISSN 0141-0296.
- VAN BREUGEL, K. (2001) - Hydration of Cement-Based Systems: Aspects of Hydration of Cement-based Systems and Possibilities to Quantify the Evolution of Hydration Processes. IPACS, Report BE. 96:3843. 17-6.
- WEISS, J. (2001) - Experimental determination of the 'time zero' t₀ (maturity-zero M₀). RILEM Publications s.a.r.l.

Anexos

Anexo A1 – Cálculo do coeficiente de Fluência pelo MC2010

O coeficiente de fluência é dado por:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{bc}(t, t_0) + \varphi_{dc}(t, t_0) \quad (A1.1)$$

onde, $\varphi_{bc}(t, t_0)$ é o coeficiente da fluência básica, $\varphi_{dc}(t, t_0)$ é o coeficiente da fluência de secagem, t é a idade do betão em dias no momento considerado e t_0 é a idade do betão na data de carregamento.

t_0 pode ser ajustado pelas seguintes equações:

Efeito da maturidade no tempo:

$$t_T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot e^{\left[13.65 - \frac{4000}{273+T(\Delta t_i)}\right]} \quad (A1.2)$$

onde t_T é o tempo ajustado a temperatura em dias, Δt_i é o número de dias em que a temperatura T se mantém, $T(\Delta t_i)$ é a temperatura média (°C) durante o período Δt_i .

Efeito do tipo de cimento:

$$t_{0,adj} = t_{0,T} \cdot \left[\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1.2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0.5 \text{ dias} \quad (A1.3)$$

onde $t_{0,T}$ é a idade do betão em dias no carregamento, α é um coeficiente dependente do tipo de cimento, $\alpha = -1$ para cimentos da classe 32.5 N, $\alpha = 0$ para cimentos da classe 32,5 R e 42,5 N e $\alpha = 1$ para cimentos da classe 42.5 R, 52.5 N e 52.5 R.

A fluência básica pode ser calculada por:

$$\varphi_{bc}(t, t_0) = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t, t_0) \quad (A1.4)$$

onde,

$$\beta(f_{cm}) = \frac{1.8}{(f_{cm})^{0.7}} \quad (A1.5)$$

E,

$$\beta_{bc}(t, t_0) = \ln \left(\left(\frac{30}{t_{0,adj}} + 0.035 \right)^2 \cdot (t - t_0) + 1 \right) \quad (A1.6)$$

A fluência de secagem pode ser calculada através da seguinte equação:

$$\varphi_{dc}(t, t_0) = \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta(RH) \cdot \beta_{dc}(t_0) \cdot \beta_{dc}(t, t_0) \quad (A1.7)$$

onde,

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{(f_{cm})^{1.4}} \quad (A1.8)$$

E,

$$\beta(RH) = \frac{1 - \frac{RH}{100}}{\sqrt[3]{0.1 \cdot \frac{h}{100}}} \quad (A1.9)$$

onde RH é humidade relativa do ambiente, e h é a altura especifica $h = 2 \cdot A_c / u$.

$$\beta_{dc}(t_0) = \frac{1}{0.1 + t_{0,adj}^{0.2}} \quad (A1.10)$$

Os coeficientes dependentes do tempo são dados por:

$$\beta_{dc}(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_h + (t - t_0)} \right]^{\gamma(t_0)} \quad (A1.11)$$

onde,

$$\gamma(t_0) = \frac{1}{2.3 + \frac{3.5}{\sqrt{t_{0,adj}}}} \quad (A1.12)$$

E,

$$\beta_h = 1.5 \cdot h + 250 \cdot \alpha_{f_{cm}} \leq 1500 \cdot \alpha_{f_{cm}} \quad (A1.13)$$

onde,

$$\alpha_{f_{cm}} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0.5} \quad (A1.14)$$

Anexo A2 – Cálculo da retração segundo o MC2010

A retração (ε_{cs}) pode ser dividida em retração de secagem (ε_{cd}) e retração básica (ε_{cb}).

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cds}(t) + \varepsilon_{cbs}(t, t_s) \quad (A2.1)$$

A retração básica é dada por:

$$\varepsilon_{cbs}(t) = \varepsilon_{cbs0}(f_{cm}) \cdot \beta_{bs}(t) \quad (A2.2)$$

onde,

$$\varepsilon_{cbs0}(f_{cm}) = -\alpha_{bs} \left(\frac{0.1 \cdot f_{cm}}{6 + 0.1 \cdot f_{cm}} \right)^{2.5} \cdot 10^{-6} \quad (A2.3)$$

E

$$\beta_{bs}(t) = 1 - e^{-0.2 \cdot \sqrt{t}} \quad (A2.4)$$

A retração de secagem é calculada pela seguinte fórmula.

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t - t_s) \quad (A2.5)$$

onde t é a idade do betão em dias, t_s é a idade do betão no início da secagem, f_{cm} é a tensão de compressão média aos 28 dias de idade e RH é a humidade do ambiente exterior em percentagem.

O coeficiente $\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$ é dado por:

$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = [(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{(-\alpha_{ds2} \cdot f_{cm})}] \cdot 10^6 \quad (A2.6)$$

onde α_{ds} e α_{ds} são coeficientes dependentes do tipo de cimento.

O coeficiente $\beta_{RH}(RH)$ é dado por:

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right] & \text{para } 40 \leq RH \leq 99 \% \cdot \beta_{s1} \\ 0.25 & \text{para } RH \geq 99 \% \cdot \beta_{s1} \end{cases} \quad (\text{A2.7})$$

onde β_{s1} é dado por:

$$\beta_{s1} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0.1} \leq 1.0 \quad (\text{A2.8})$$

O coeficiente $\beta_{ds}(t, t_s)$ é dado por:

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \left(\frac{(t - t_s)}{0.035 \cdot h^2 + (t - t_s)} \right) \quad (\text{A2.9})$$

onde h é a espessura equivalente do elemento estrutural.

Os coeficientes encontram-se na seguinte tabela:

Tabela A2.1 – Coeficientes α_i usado nas equações da retração.

| Classe de cimento | α_{bs} | α_{ds1} | α_{ds2} |
|---------------------------|---------------|----------------|----------------|
| 32.5 N | 800 | 3 | 0.013 |
| 32.5 R, 42.5 N | 700 | 4 | 0.012 |
| 42.5 R, 52.5 N, 52.5 R | 600 | 6 | 0.012 |

Anexo A3 – Formulação de Hanse

O cálculo da retração total de secagem do betão pode ser obtido experimentalmente e representado na equação (A3.1).

$$\frac{\varepsilon_{sh,c,ult}}{\varepsilon_{sh,p,ult}} = 0.5(1 - V_a) \left[\frac{1}{(1 - V_a + 0.58 \cdot m \cdot V_a)} + (1 - V_a) + \frac{1.72}{m} \cdot V_a \right] \quad (A3.1)$$

onde V_a é a relação entre o volume de agregado e o volume de betão, m é o rácio do módulo de elasticidade do agregado e da pasta de cimento e $\varepsilon_{sh,p,ult}$ é a retração final da pasta de cimento.

Os parâmetros a aplicar no modelo foram calculados experimentalmente e estão representados na seguinte tabela:

Tabela A3.1 - Parâmetros do modelo homogeneizado formulado por Hanse.

| Parâmetros | |
|--------------------------|-----------------------|
| V_a | 0.74 |
| m | 2.79 |
| $\varepsilon_{sh,p,ult}$ | 2954 $\mu\varepsilon$ |

Desta formulação resulta:

$$\varepsilon_{sh,c,ult} = 539 \mu\varepsilon \quad (A3.2)$$

Anexo A4 – Cálculo da abertura de fendas segundo o EC2 e o MC2010

O comprimento de transferência pode ser calculado através do equilíbrio de forças no betão perturbado ΔF com as forças provocadas pela aderência da armadura $\Delta F'$.

Para isso precisamos de definir qual a área de betão perturbado. O MC2010 apresenta três casos possíveis para determinação deste valor.

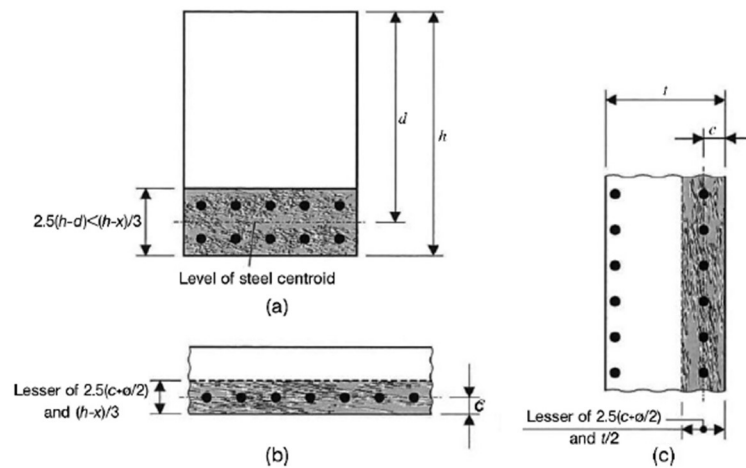


Fig. A4.1 - Área de betão efetiva para três casos diferentes. Em (a) viga, (b) laje e (c) parede (CEB-FIP, 2013).

Assim, para cada caso de estudo conseguimos calcular a taxa de armadura ($\rho_{c,eff}$) em função da quantidade de armadura (A_s) na área de betão efetiva ($A_{c,eff}$).

$$\rho_{c,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad (A4.1)$$

Da equação anterior podemos relacionar $A_{c,eff}$ com a taxa de armadura, dividindo a área de armadura por esta.

$$A_{c,eff} = \frac{n \cdot \pi \cdot \phi^2}{4 \cdot \rho_{c,eff}} \quad (A4.2)$$

onde n é o número total de varões utilizados e ϕ é o diâmetro do varão.

A variação de forças no betão perturbado (ΔF) é traduzida pela seguinte equação:

$$\Delta F = A_{c,eff} \cdot f_{ctm} = \frac{n \cdot \pi \cdot \phi^2 \cdot f_{ctm}}{4 \cdot \rho_{c,eff}} \quad (A4.3)$$

onde f_{ctm} é a resistência média à tração do betão.

A variação da força provocada pela aderência entre armadura e o betão ($\Delta F'$) é expressa por:

$$\Delta F' = \tau_{bms} \cdot n \cdot \phi \cdot \pi \cdot l_{s,max} \quad (A4.4)$$

onde τ_{bms} representa a tensão tangencial máxima transmitida no fenómeno de aderência aço betão e $l_{s,max}$ o comprimento necessário para transmitir esta tensão.

Por equilíbrio de forças entre as equações (A4.3) e (A4.4) e tendo em conta o efeito do recobrimento na abertura de fendas, chegamos a equação proposta pelo MC2010 para o comprimento entre o qual o fenómeno de transferência de forças entre aço e betão ocorre.

$$l_{s,max} = k \cdot c + \frac{1}{4} \frac{f_{ctm}}{\tau_{bms}} \frac{\phi_s}{\rho_{s,eff}} \quad (A4.5)$$

onde k é um coeficiente que tem em conta o recobrimento ($k = 1$) e c é o recobrimento.

O EC2 propõe uma equação para o cálculo da distância máxima entre fendas $S_{r,max} = 2 \cdot l_{s,max}$, este valor pode ser calculado pela seguinte equação.

$$S_{r,max} = k_3 c + \frac{k_1 k_2 k_4 \phi}{\rho_{p,eff}} \quad (2.22)$$

onde k_1 tem em conta as propriedades de aderência das armaduras aderentes ($k_1 = 0.8$, varões de alta aderência), k_2 coeficiente que tem em conta a distribuição das extensões ($k_2 = 1$, para tração simples), k_3 e k_4 são valores que variam de acordo com cada país, sendo os recomendados em Portugal $k_3 = 3.4$ e $k_4 = 0.425$.

O EC2 propõe que a abertura de fendas (w_k) pode ser quantificada multiplicando a distância máxima entre fendas pela extensão média da armadura ao longo deste comprimento, subtraída pela extensão média no betão entre fendas. O MC2010 subtrai o efeito da retração livre que acontece após a fendilhação. A fórmula geral apresentada pelo MC2010 é a seguinte:

$$w_k = 2 \cdot l_{s,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs}) \quad (A4.6)$$

onde ε_{sm} é a extensão média da armadura, ε_{cm} é extensão média no betão e ε_{cs} é a extensão no betão devido a retração livre.

A subtração das extensões pode ser obtida através da equação:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs}) = \frac{\sigma_s - \beta \cdot \frac{f_{ctm}}{\rho_{s,eff}} \cdot (1 - \alpha_e \cdot \rho_{s,eff})}{E_s} - \eta_r \cdot \varepsilon_{sh} \quad (A4.7)$$

onde σ_s é a tensão na armadura na zona fendilhada, α_e é o rácio entre os módulos de elasticidade do aço e do betão ($\alpha_e = E_s/E_c$), β é um coeficiente empírico que tem em conta a extensão média sobre o comprimento $l_{s,max}$ dependente no tipo de carregamento (k_t no EC2), η_r é um coeficiente que tem em conta o efeito da retração e ε_{sh} é a retração do betão.

No caso do EC2 na equação (A4.7) o valor β corresponde ao k_t que é 0.6 para cargas de curta duração e 0.4 para longa duração

A tabela seguinte é retirada do MC2010 e indica o valor dos coeficientes a usar para cada caso de estudo.

Tabela A4.1 - Valores de τ_{bms} , β e η_r para os diferentes casos de estudo.

| | Formação de fendas | Abertura de fendas estabilizada |
|---|--------------------------------|---------------------------------|
| Cargas instantâneas ou de curta duração | $\tau_{bms} = 1.8 f_{ctm}(t)$ | $\tau_{bms} = 1.8 f_{ctm}(t)$ |
| | $\beta = 0.6$ | $\beta = 0.6$ |
| | $\eta_r = 0$ | $\eta_r = 0$ |
| Cargas de longa duração ou cíclicas | $\tau_{bms} = 1.35 f_{ctm}(t)$ | $\tau_{bms} = 1.8 f_{ctm}(t)$ |
| | $\beta = 0.6$ | $\beta = 0.4$ |
| | $\eta_r = 0$ | $\eta_r = 1$ |

Anexo A5 – Método do Módulo Efetivo Ajustado

A tensão no betão causada pela retração restringida pelas armaduras ao longo do tempo ($\sigma_{cs}(t)$) é dada por:

$$\sigma_{cs}(t) = \frac{\varepsilon_{sh} \cdot E_s \cdot \rho_s}{1 + \alpha_{adj} \cdot \rho_s} \quad (2.23)$$

Onde ε_{sh} é a retração do betão, E_s é o módulo de elasticidade do aço, ρ_s é a percentagem de armadura no betão e α_{adj} é o rácio entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade do betão ajustado ($E_{c,adj}$):

$$\alpha_{adj} = \frac{E_s}{E_{c,adj}} \quad (2.24)$$

E,

$$E_{c,adj} = \frac{E_{c,28}}{1 + \chi \cdot \varphi(t, t_0)} \quad (2.25)$$

onde $E_{c,28}$ é o módulo de elasticidade reduzido do betão aos 28 dias, $\varphi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência e χ é um coeficiente temporal que pode ser obtido por:

$$\chi = \frac{\sqrt{t_0}}{1 + \sqrt{t_0}} \quad (2.26)$$

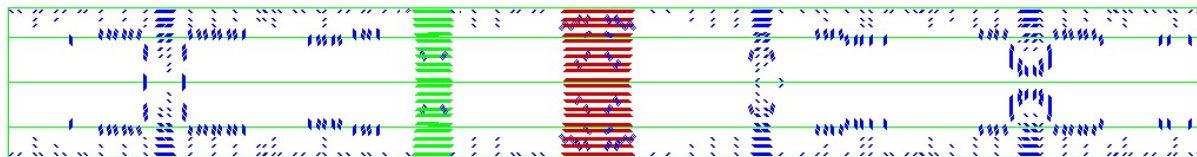
onde t_0 é o instante de tempo em ocorre o carregamento (neste caso a descofragem).

A força de fissuração para um dado instante de tempo t ($N_{cr}(t)$) é dada por:

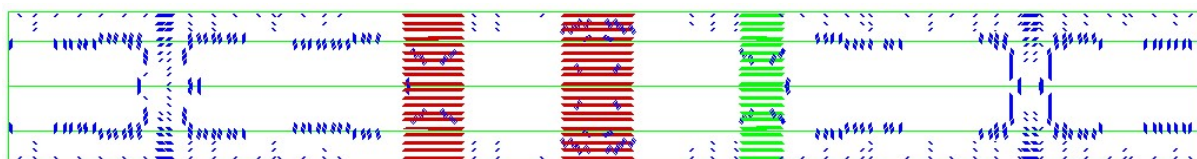
$$N_{cr}(t) = (f_{ct} - \sigma_{cs}(t)) \cdot A_c (1 + \alpha_{adj} \cdot \rho_s) \quad (2.27)$$

onde f_{ct} é a resistência à tração do betão (geralmente adota-se $f_{ct} = f_{ctm}$).

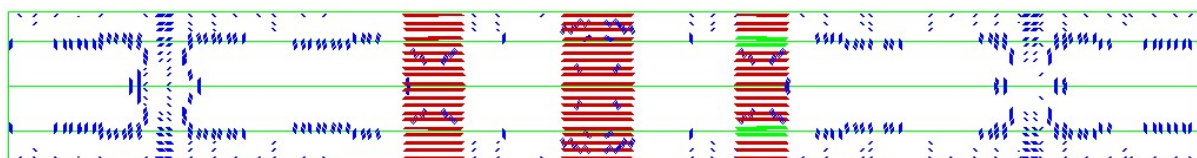
Anexo B1 – Fissuração representada por vetores



(a) - 1 ano

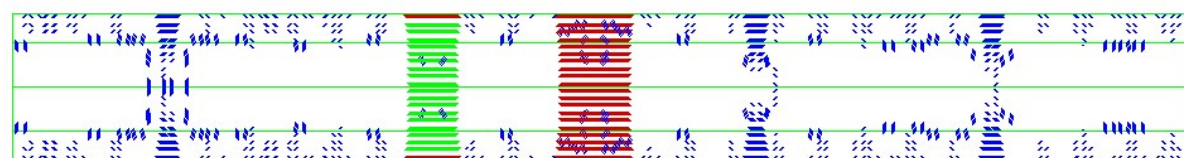


(b) - 3 anos

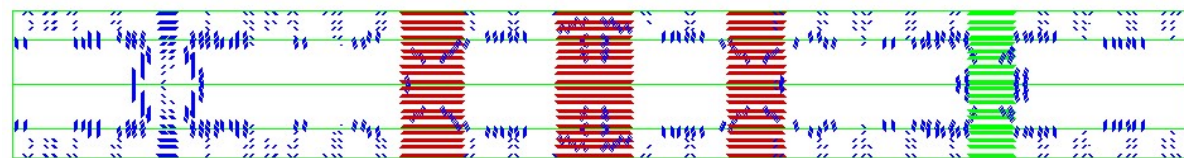


(c) - 10 anos

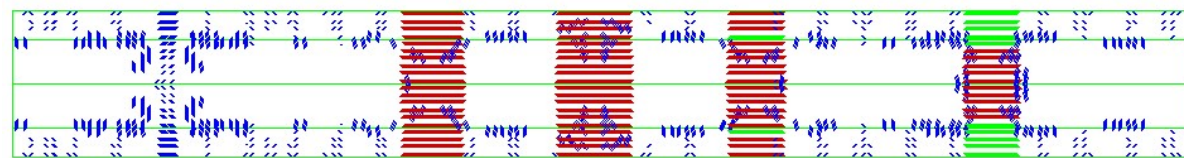
Fig. B1.1 – Representação da fissuração no T250₁ através de vetores.



(a) - 1 ano

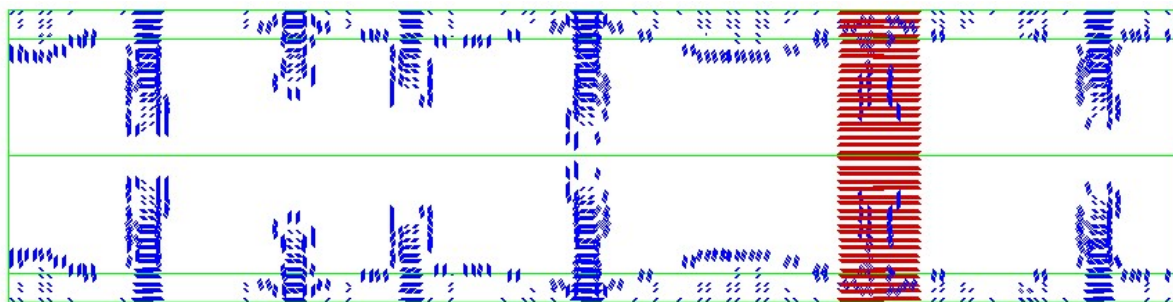


(b) - 3 anos

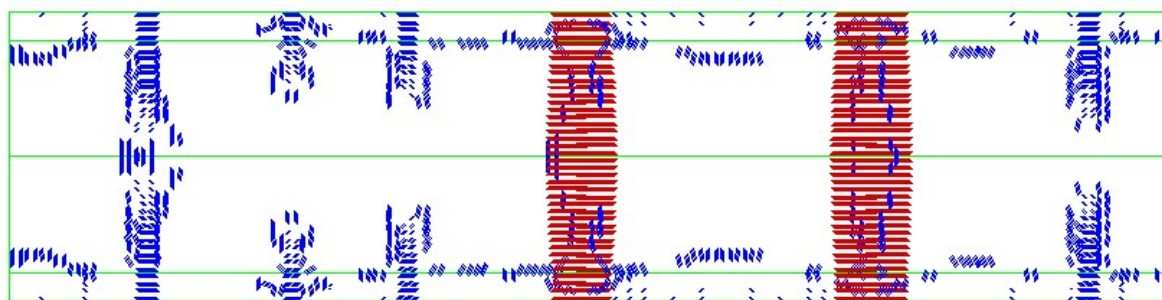


(c) - 10 anos

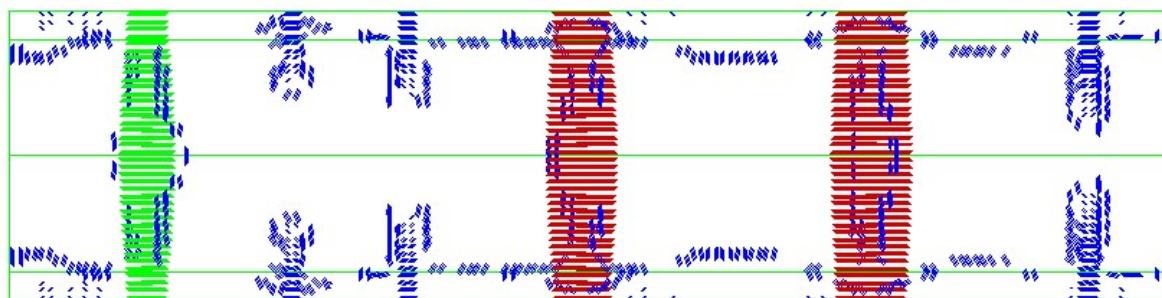
Fig. B1.2 – Representação da fissuração no T250₂ através de vetores.



(a) - 3 anos

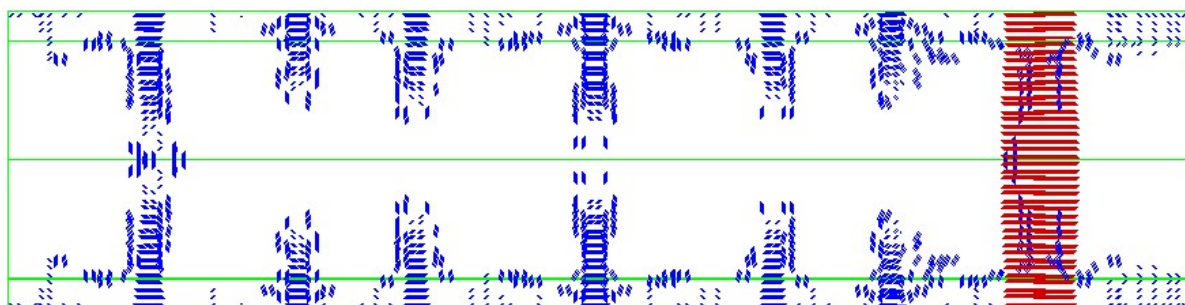


(b) - 10 anos



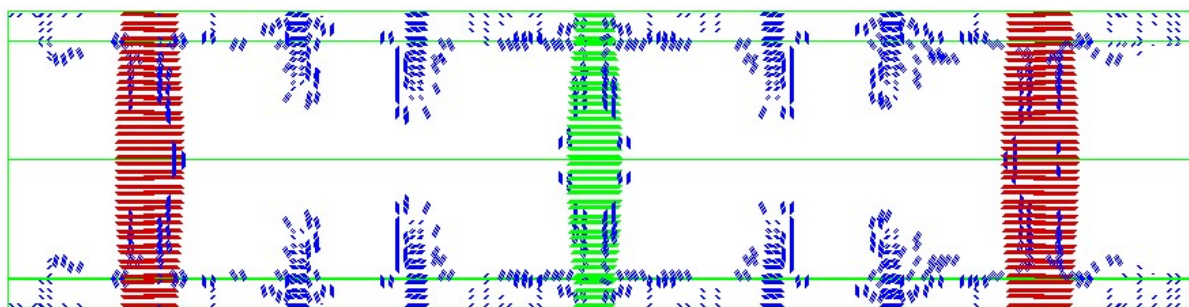
(c) - 50 anos

Fig. B1.3 – Representação da fissuração no $T500_1$ através de vetores.

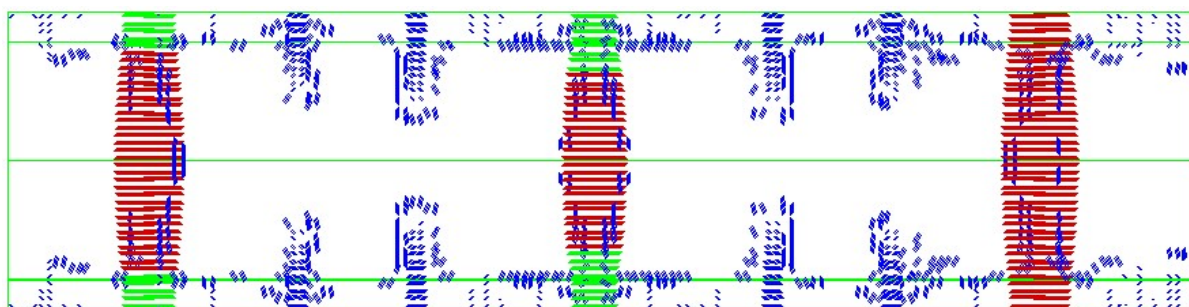


3 anos

Fig. B1.4 – Representação da fissuração no $T500_2$ através de vetores, para 3 anos.

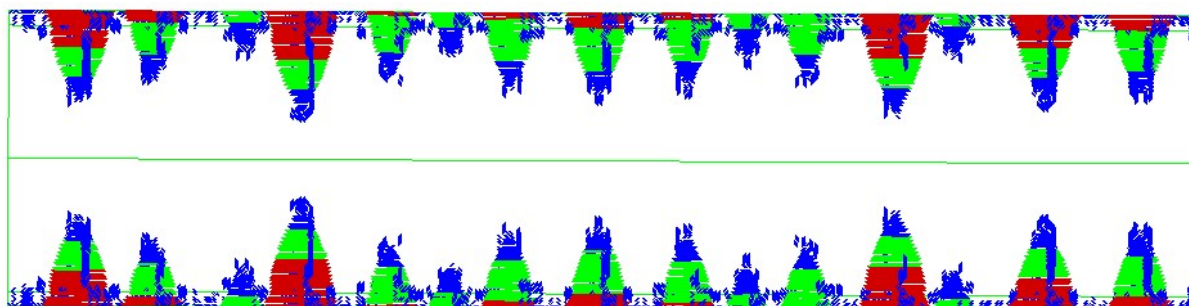


(b) - 10 anos

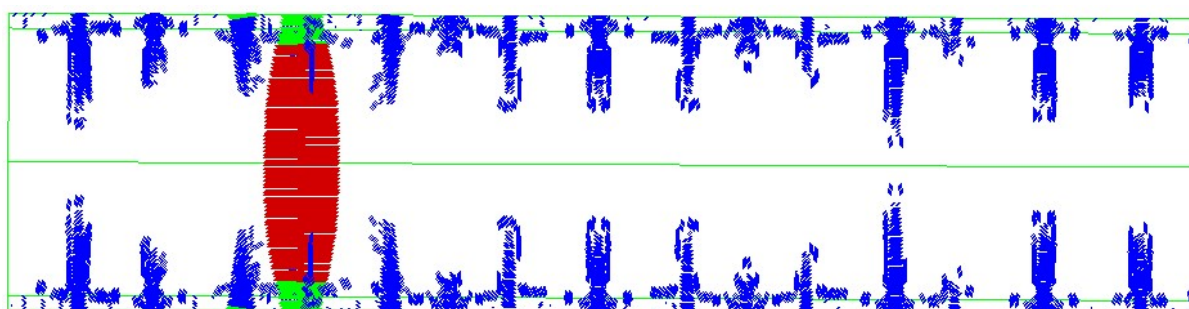


(c) - 50 anos

Fig. B1.5 – Representação da fissuração no T500₂ através de vetores, para 10 e 50 anos.

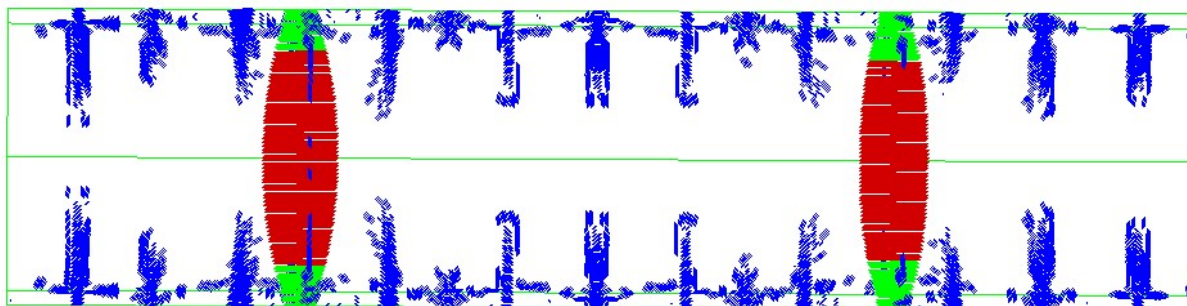


(a) - 3 anos



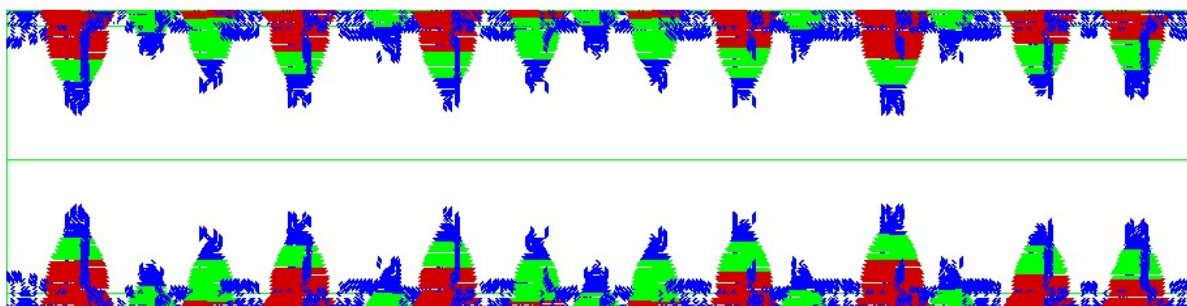
(b) - 10 anos

Fig. B1.6 - Representação da fissuração no T1000₁ através de vetores, para 3 e 10 anos.

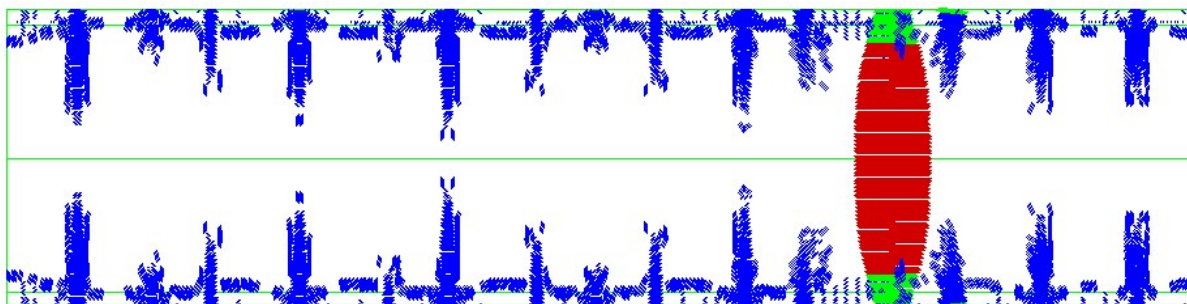


50 anos

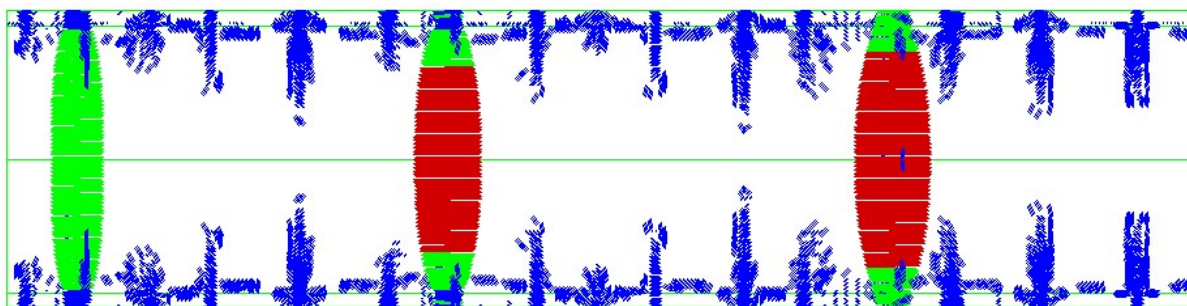
Fig. B1.7 – Representação da fissuração no $T1000_1$ através de vetores, para 50 anos.



(a) - 3 anos



(b) - 10 anos



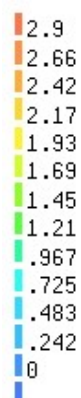
(c) - 50 anos

Fig. B1.8 – Representação da fissuração no $T1000_2$ através de vetores.

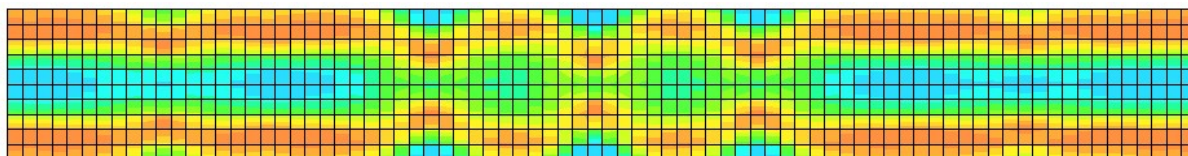
Anexo B2 – Evolução das tensões no betão para as análises THM

As imagens seguintes apresentam a evolução das tensões horizontais ao longo do comprimento do tirante para a quantidade de armadura igual a $A_{s,min}$.

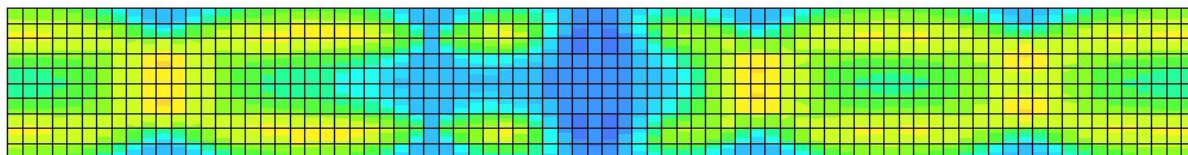
A escala encontra-se representada na imagem seguinte.



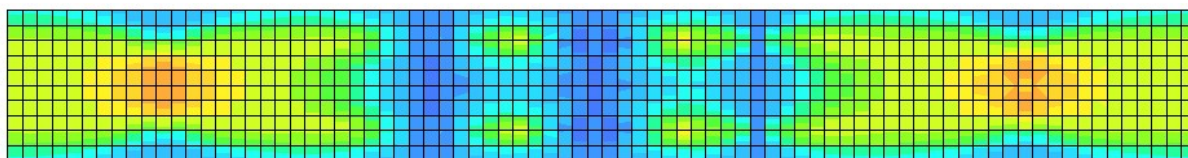
Legenda



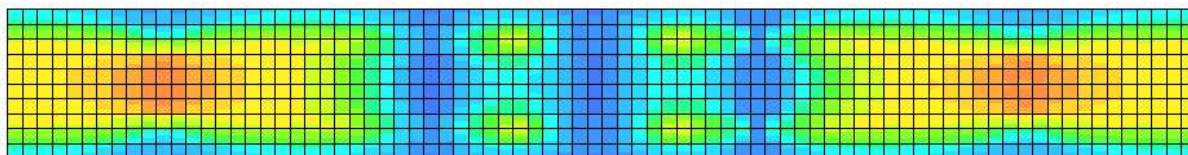
(a) - 90 dias



(b) - 1 ano

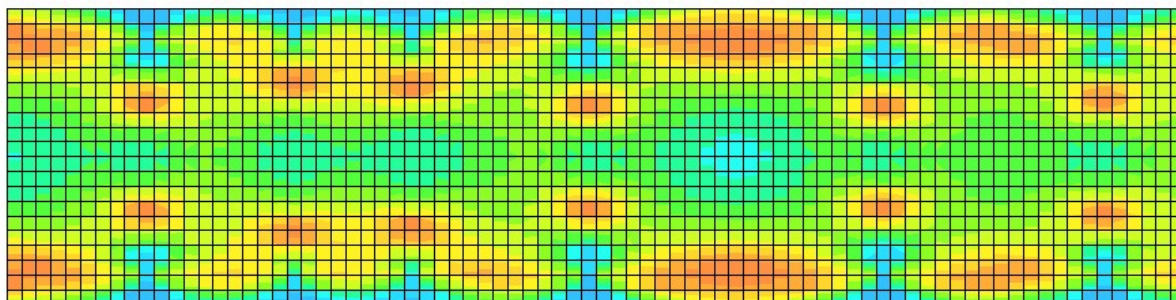


(c) - 3 anos

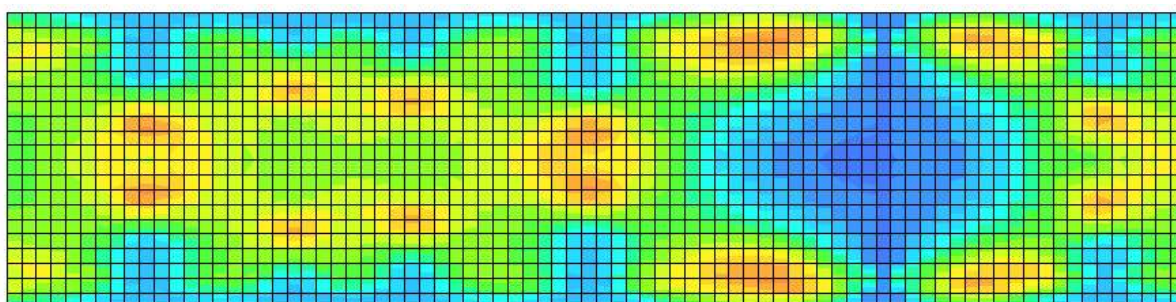


(d) - 10 anos

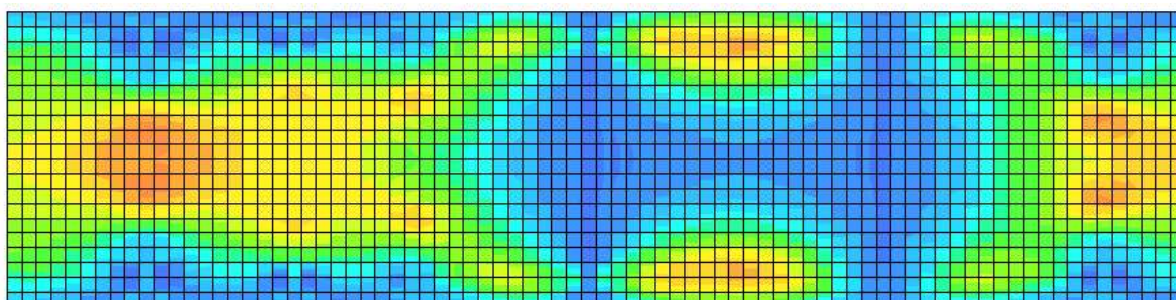
Fig. B2.1 – Tensões horizontais no betão para o T250₁.



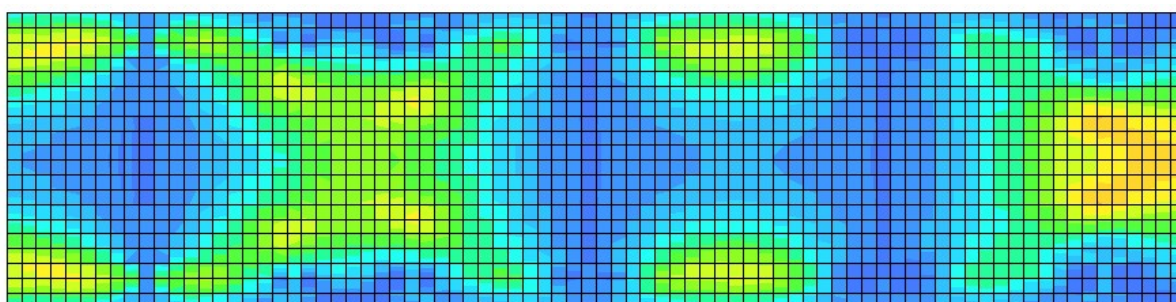
(a) - 1 ano



(b) - 3 anos

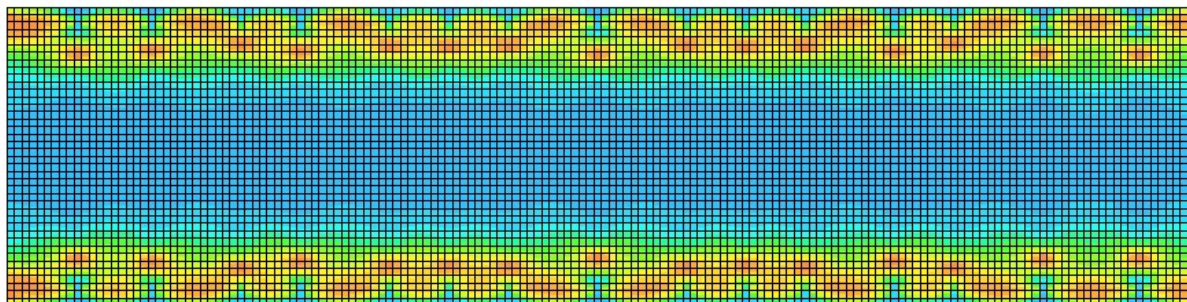


(c) - 10 anos

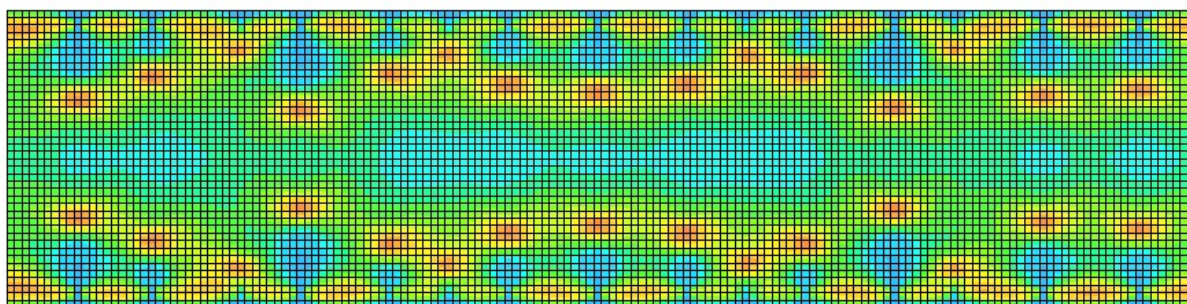


(d) - 50 anos

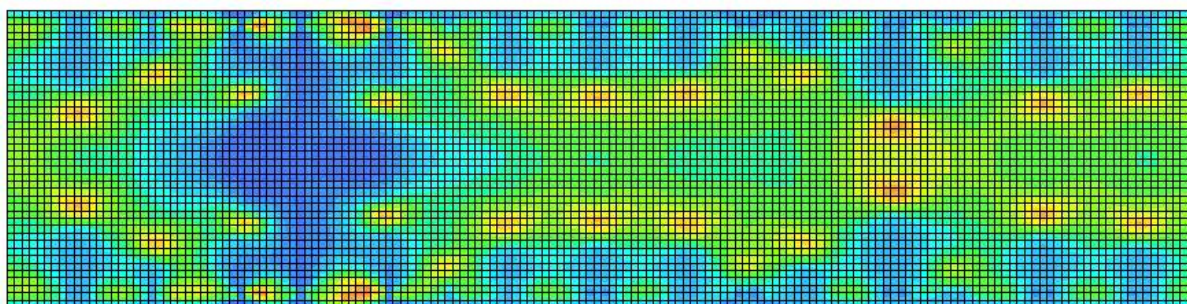
Fig. B2.2 - Tensões horizontais no betão para o $T500_1$.



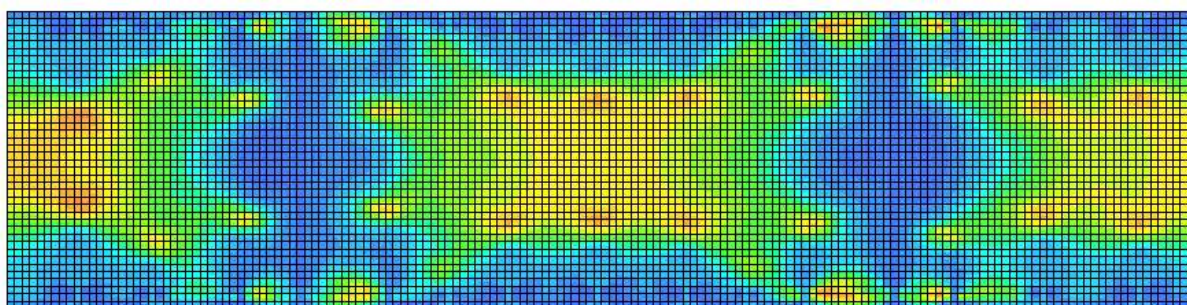
(a) - 1 ano



(b) - 3 anos



(c) - 10 anos



(d) - 50 anos

Fig. B2.3 - Tensões horizontais no betão para o $T1000_1$.